



TITLE:

プロセス計算制御ソフトウェアの
システム工学的研究(
Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

川本, 幸雄

CITATION:

川本, 幸雄. プロセス計算制御ソフトウェアのシステム工学的研究. 京都大学, 1972, 工学博士

ISSUE DATE:

1972-11-24

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.r2168>

RIGHT:

プロセス計算制御ソフトウェアの
システム工学的研究

昭和47年3月

川本 幸雄

プロセス計算制御ソフトウェアの システム工学的研究

昭和 4 7 年 3 月

川 本 幸 雄

DOC
1972
12
電気系

目 次

1. 緒 言	4
2. 分布定数系のパラメータの同定	6
2.1 概 要	6
2.2 関数空間におけるパラメータ同定問題の定式化	10
2.3 境界条件の斉次化	15
2.4 数値解析とその検討	18
3. 電力系統における最適運用方式	25
3.1 概 要	25
3.1.1 電力系統の自動給電システム	25
3.1.2 総合自動給電システム	
3.2 線形計画法による広域運用制御方式	31
3.2.1 概 要	31
3.2.2 線形計画法分解原理による計算方式	32
3.2.3 数値解析法	38
3.2.4 モデル系統による試算とその検討	44
3.3 動的計画法による長期運用制御方式	52
3.3.1 概 要	52
3.3.2 確率的な動的計画法とその数値計算方式	54
3.3.3 長期運用問題の定式化	57
3.3.4 計算手順	65
3.3.5 数値計算と結果の検討	69
3.4 火力起動停止方式における動的計画法の応用	74
3.4.1 概 要	74
3.4.2 動的計画法による計算方式	76
3.4.3 モデル系統による試算と結果の検討	80

3.5	電圧無効電力のマルチ・レベル制御方式	92
3.5.1	概 要	92
3.5.2	マルチ・レベル制御理論の数値解法	93
3.5.3	感度解析による電圧無効電力特性の解析法	108
3.5.4	電圧無効電力のマルチ・レベル制御方式	114
3.5.5	サブ・レベル制御用最適化装置の構成	118
3.5.6	装置の原理実験と問題点の検討	128
4.	プロセス計算制御向標準プログラムシステム	134
4.1	概 要	134
4.2	プロセス計算制御ソフトウェアシステムの構成	137
4.3	ソフトウェアシステムの解析	142
4.4	火力計算制御システムの解析と今後の課題	149
5.	結言と謝辞	153

1. 緒 言

1.1 本論文の背景

本論文は計算機制御ソフトウェアシステムのいくつかの問題点を取りあげ、システム工学を応用したもので、システム理論に基づいて開発した技法によって、これらを解決しようとするものである。

計算機制御の概念は1940年代に完成された線形フィードバック理論のなかにはなかったが、1950年代の初期になって活発に研究された非線形制御、最適化制御、サンプル値制御、適応制御などのなかから生れてきている。すなわち線形フィードバック理論の諸種の拡張、改良として制御装置に判断機能を持たせようとする提案が動機になっている。

しかし、今日の通念のようなディジタル計算機を制御装置として適用するシステムは1958年、Louisiana Power and Light CompanyのSterlington発電所のシステムが最初である。⁽¹⁾

その後、計算機制御は、計測、制御理論、計算機設計、プログラミング、統計、OR、数学的最適化理論などを関連技術とするシステム技術として発達し、特にプロセスの動特性の同定とプロセスの最適制御の2つを計算機制御に特有の理論として発展させつつ、1965年頃には一応完成の域に達した。⁽²⁾

本論文の第2章はプロセス動特性の同定問題、特にプロセスが分布定数系で表わされる問題に関する。すなわち動特性が偏微分方程式で表わされるプロセスにおいて、入力とそれに対する応答を知って系の未知パラメータを決定する問題を関数空間における最適制御の問題に帰着させて解こうとするものである。

しかし、このころからプロセスの計算制御システムとビジネスのマネージメント・インフォメーションシステムを結合したより大きなシステムが対象にされるようになり、広域制御、長期計画、最適スケジュール、予測などの問題が、マルチ・レベル制御理論、統計的決定理論、ゲーム理論、グラフ理論、待行列理論などの手法により研究され、いわゆるシステム工学とよばれる工学上の新しい概念が発展してきた。⁽³⁾⁽⁴⁾

本論文の第3章は、プロセスの最適運用の問題、特に電力系統における最適運用制御を取りあげる。連系された電力系統の最経済的運用を求める広域運用制御方式、年間にわた

る貯水池の最経済的運用スケジュールを求める長期運用方式、週間または月間にわたる最経済的火力発電所の起動、停止スケジュールを決定する火力起動停止方式、系統各個所の電圧、無効電力を所定の範囲に維持しながら、送電損失を最少にする電圧無効電力制御方式などに線形計画法、確率的動的計画法、マルチレベル制御理論などに基づいて開発した手法を適用している。

今日システム工学は、産業全体の自動化や社会環境全般の制御などといったより巨大なより複雑なシステムの計画、戦術、戦略決定、政策決定の技術として、経営学、心理学、生体学、行動科学、社会科学などを包含するものに発展しつつけている。

同じく、1965年頃を境にプロセス計算機制御システムは急速に各分野に普及しはじめ、今日、電力、鉄鋼、化学、生産管理などに5,000台のシステムが稼働しており、なお年間20%以上の割合で増加し続けている⁽⁵⁾。このように適用対象の多様化、機能の高度化とシステム数の急増は、計算機制御ソフトウェアシステムの設計をシステム化する必要性にせまられてきた。例えば、火力発電所の計算機制御システムのソフトウェア設計には10~20人年のマン・アワーを要していたが、このため米国では1968年頃ソフトウェア開発費がハードウェア開発費を上まわることになった。⁽⁶⁾ このためプロセス計算機制御の問題点は、システム設計の問題に移り、プロセス計算制御の問題向けアプリケーションパッケージとプロセス計算制御特有の機能を含んだコンパイラ言語の研究が進められた⁽⁷⁾。

本論文の第4章はソフトウェアシステム設計に関する研究で、特にプロセス計算制御システム向けのアプリケーションプログラムシステムの構成とその解析をとりあげる。すなわち、プロセス計算制御システムの基本的な機能を時間と外部事象変化に適応させながら実行するモジュール構成のプログラムシステムと、これをオンラインで動作させるときの計算機の負荷解析を問題としている。

本論文はプロセス計算機制御のソフトウェアシステムの開発段階におけるプロセスの同定、最適制御、システム設計の問題を取りあげ、いずれもシステム工学のモデリング、コントロール、プランニング、デザインングの理論に基づいた手法を開発し適用している。システム理論の先行が世界的に問題にされているのに対し、本論文では問題点の追求は必要性(needs)が先行し、これに対しシステム理論(system theory)をいかに結びつけるかの系統だった技法開発にあるという立場をとっている。

2. 分布定数系のパラメータの同定

2.1 概 要

同定問題 (identification problem) は、通常システムの構造を規定するパラメータを推定する問題をさし、推定 (estimation) とはシステムの状態、ないしシステム内の信号という時間と共に変化する変数を推定する問題をさしている。

プロセス特性の同定は、フィードバック制御系の安定性判別のために早くから行われてきたが、プロセスの数学モデルの作成がプロセスの同定問題 (identification) として研究の対象にされるようになったのは、適応制御、最適制御、さらには運用管理計画などがより複雑なモデルをより正確に要求するようになったためである。これらの数学モデルには、代数式、回帰式、微分方程式、伝達関数や周波数特性などが主に用いられるが、一般にモデルの形式については、対象プロセスの先験的知識を活して用途に適したものが選ばれる。そしてプロセスの同定問題は、こうしたモデルのなかに含まれる未知パラメータを適正に選んでモデルが実プロセスの動特性の平均値予測を与えるような数学的手法をいうことが多い。

種々の同定手法を分類するのは困難であるが、Balakrishnan は同定手法の分類基準として、次の4項をあげている。⁽⁸⁾

- (1) 同定のための最適評価基準
- (2) プラントの数学モデルの形式
- (3) 使用する数学的手法
- (4) 使用する入力の種類および形式

Cuenod は次の3項に大別するとともに、各項を2～4通りに分類している。⁽⁹⁾

- (1) 線形系の同定
- (2) 線形系および非線形系の同定
- (3) 最適制御理論にもとづく同定

また茅は、表2.1に示すような同定問題の分類を発表している。⁽¹⁰⁾ 1947～1948年ごろ N. Wiener が発表したウィーナー・フィルターの理論がこの種の問題の1番の古典的論文になっている。ウィーナー・フィルターはその後制御系のシンセシスの問題に応用されて

第 2. 1 表 同定問題の分類

推定の 対象	状 態 (信 号)		シ ス テ ム 動 特 性		
	信 号	状 態	シグナルフローセンス		状態遷移センス 遷移マトリクス $\phi(t)$ $X=AX+BU$
			$g(\tau), G(j\omega)$	$G(s; p_1, p_2, \dots, p_n)$	
1940	ウィーナ・フィルタ linear infinite T, stationary	(linear finite T, nonstationary)	試験信号法		
1950			試験信号法 $g(\tau)$ Anderson 伊沢ほか	式誤差形 Kalman, 茅ほか	
1960		カルマン・ビュシ ーフィルタ Kalman, Lee Athans 非線形フィルタ Kushner, Fisher, 砂原 伊藤, Kumar 多重レベル法の応 用	操業データよりの 推定 $G(j\omega)$ Godman 赤池, 茅ほか $g(\tau)$ Levin, Peizen 藤井, 鈴木ほか	直交展開 Gilbert, 北森ほか 出力誤差形 Leondes, Narendra, Rogers 茅ほか 補助変数法 Ho, Wong-Polak ほか 非線形システム Eykhoff, 中尾ほか	線形推定 (式誤差形) Lee, Aoki, 辻ほか 非線形推定 (出力誤差 形) Nicholsonほか
現 在 ↓ 将 来 の 問 題		実用上の諸問題より 複雑な場合の取扱い 法	実用化	推定値の信頼性向上 白色化, 次数検定 カルマンフィルタの 応用	

いるが、システムを信号伝達要素と考えるシグナルフローのセンスが強かった。1960～1961年にわたり、R.E.Kalman, Bucy は、システムを状態遷移という観点からながめる考え方から、カルマン・ビュシー・フィルタに発展させた。この傾向をうけてシステムの動特性の同定問題もシグナルフローセンスの観点の研究と状態遷移の観点からの研究と2通りがある。前者はインパルス応答、周波数応答、伝達関数の未定パラメータなどの推定問題であり、後者は、たとえば動特性の微分方程式の係数を推定するとか、線形系の場合には遷移マトリックスに含まれる未知パラメータを推定する問題である。

表2.2は同じく茅が発表している同定問題における手法の動向である。⁽¹¹⁾これによると、最近の方向として、数値計算法の開発、推定値の高信頼化、線形・非線形推定問題の手法の応用、多変数系の特性推定に対する新概念の導入、同定を進めながら最適制御する理論などが挙げられている。筆者は、これに最近の動向として、同定問題を誤差最小化問題に定式化し、最適制御理論を適用するものや、対象が複雑化し、多変数系や、分布定数系における同定問題がとりあげられるようになってきていることを指摘したい。

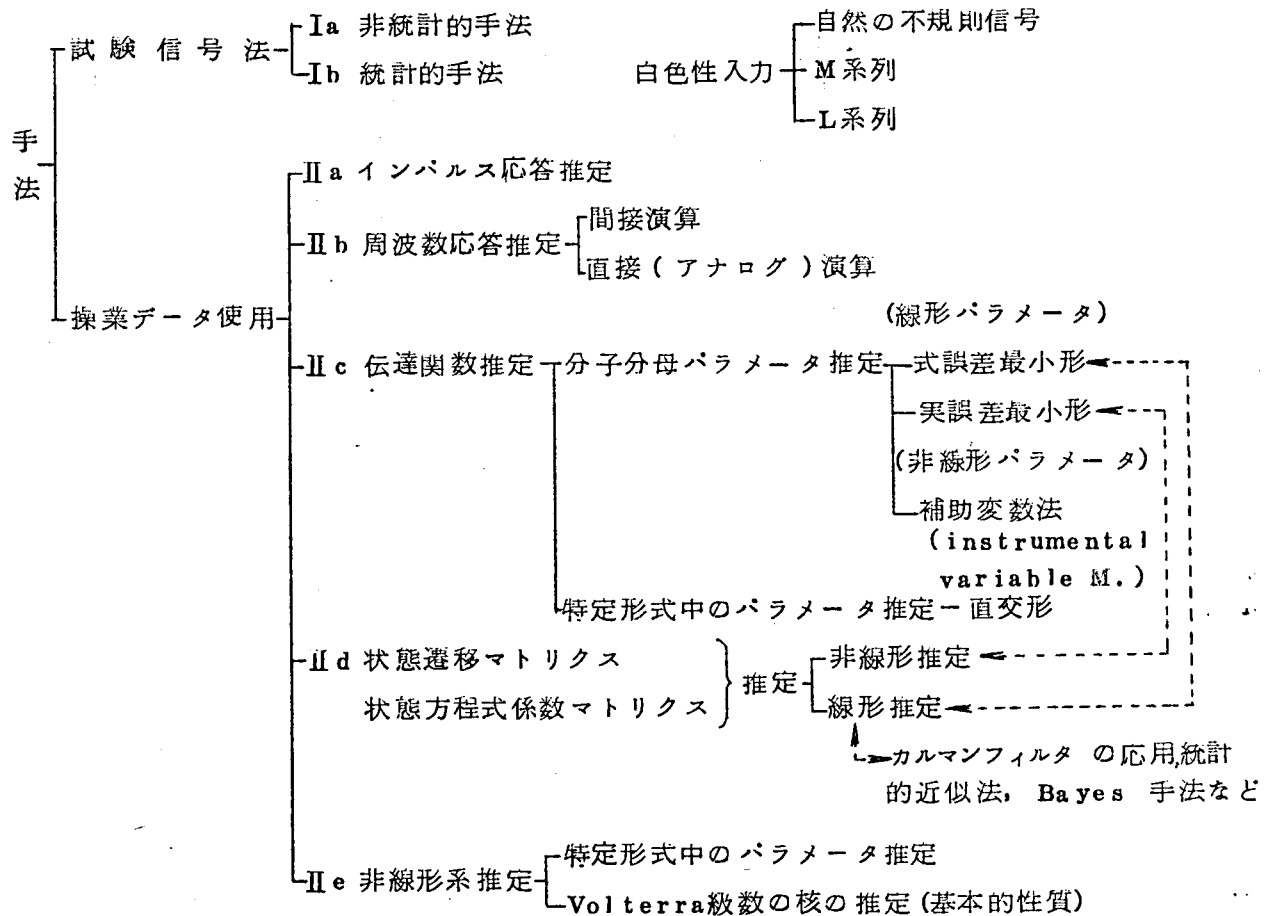
分布定数系におけるパラメータ決定の研究は、最近初められ、現在までに発表されているものは、すべて、分布定数系における最適制御の理論に基いている。

分布定数系における最適制御の研究は1960年にA.G.ButkovskiiとA.Ya.Lernerによって開始された。⁽¹¹⁾その後P.K.C.Wangによって発展させられ、関数空間における最大原理がDynamic Programmingによって導かれている。⁽¹²⁾その後多数の研究が主として熱伝導系や物質拡散系をモデルに進められた。

わが国でも、1964年坂和により研究されているが、⁽¹³⁾1967年、外国における研究状況が紹介され、1968年以来、多数の研究が発表されている。分布定数系の同定問題に対し、BellmanとKalabaがDynamic programmingを用いることを1962年に示唆している。⁽¹⁴⁾本論文は関数空間で問題を一般的に定式化し、数値解析を行っている最初のものである。⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾1969年には、G.A.Phillipsonが初期条件と境界条件を推定するため関数空間における直接解法を導いている。⁽¹⁷⁾1969年にはD.A.Wismerが分布定数系を時間と空間にわたり離散化して、多元次数の集中定数系の問題にし、これを最適制御の分解原理によって逐次解く方法を試みている。⁽¹⁸⁾

本論文は最初に、対象とするプロセスの動特性を規定する偏微分方程式を述べ、次に関数空間におけるパラメータ決定問題を最適制御の問題に定式化し、これを関数空間にお

第2.2表 同定手法の動向



方向 Ib, IIa..... 実用化

IIb..... 実用化
 計算量の短縮-fast fourier transform利用
 多変数系, フィードバックのある系

IIc..... 推定値の高信頼化
 最尤推定, 変数変換による信号の白色化
 モデル妥当性の検定
 次数の検定

IId..... state estimation との関連づけ
 非線形推定
 線形推定, Kalman-Bucy filter

多変数系の特性推定
 パターン認識
 多重レベル手法

制御-同定の integral optimization (control-state estimation
Touにより解決ずみ)

ける最大原理を用いて解くアルゴリズムを導き、境界条件を斉次形に等価変換する手続きを述べた後、実際に地下水の拡散プロセスを規定するパラメータを決定する問題を数値解析している。

本論文の最大原理は P.K.C.Wang の結果⁽¹²⁾ に基いており、境界条件の取扱いについては B.L.Brogan の方法を⁽¹⁹⁾ 応用している。

2.2 関数空間におけるパラメータ同定問題の定式化

2.2.1 動特性微分方程式

線形分布定数系プロセスの動特性は一般に次のような偏微分方程式によって記述される。

$$\frac{\partial \underline{u}(t, \underline{x})}{\partial t} = L \cdot \underline{u}(t, \underline{x}) + D(t, \underline{x}) \underline{f}_\Omega(t, \underline{x}) \quad (2.1)$$

(2.1)式は時間間隔 $t \in [t_0, t_1]$ および m 次元ユークリッド空間 $\underline{x} \in \Omega$ にわたり定義されているものとする。

ここに、 $\underline{u}(t, \underline{x})$: 状態ベクトル $\underline{u}(t, \underline{x}) = [u_1, u_2, \dots, u_n]^T$ で $\underline{u}(t, \underline{x}) \in \Gamma(\Omega)$ である。 $\Gamma(\Omega)$ は $\underline{u}(t, \underline{x})$ が時間 t においてとりうるあらゆる関数の集合で、無限次元ヒルベルト空間の部分集合である。 $\underline{f}_\Omega(t, \underline{x})$: 分布入力ベクトル $\underline{f}_\Omega(t, \underline{x}) \equiv [f_\Omega(1), f_\Omega(2), \dots, f_\Omega(k)]^T$ で、 $\underline{f}_\Omega(t, \underline{x}) \in F([t_0, t_1] \times \Omega)$ である。 $F([t_0, t_1] \times \Omega)$ は $[t_0, t_1] \times \Omega$ で定義された物理的に可能な入力ベクトル集合で、無限次元ユークリッド空間の部分集合である。 L : 空間座標 \underline{x} に関する偏微分線形作用素の行列で、一般に Time-variant な分布定数を含む $\Gamma(\Omega) \rightarrow \Gamma(\Omega)$ の線形作用素である。 $D(t, \underline{x})$: 分布定数の行列で、一般に $\Gamma(\Omega) \rightarrow \Gamma(\Omega)$ の線形有界作用素である。

なお $[]^T$ は $[]$ の転置ベクトルを表わす。(2.1)式の初期条件と境界条件はそれぞれ

$$\underline{u}(t_0, \underline{x}) = \underline{u}_0(\underline{x}) \quad \underline{x} \in \Omega \quad (2.2)$$

$$L_b \cdot \underline{u}(t, \underline{x}_b) = \underline{f}_b(t, \underline{x}_b) \quad \underline{x}_b \in \Omega_b \quad (2.3)$$

ここに添字 b は境界を意味する。たとえば三次元の拡散プロセスの作用素の一般形は

$$L = \nabla \cdot \{ \underline{a}(t, \underline{x}) \nabla () \} + \underline{b}(t, \underline{x}) \nabla \cdot () + \underline{c}(t, \underline{x}) \quad (2.4)$$

ここに $\nabla \cdot$: Divergent, ∇ : Gradient, $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$: 分布定数である。

また、このときの境界条件の作用素 L_b は

$$\left. \begin{array}{ll} \text{Dirichlet 形 のとき} & L_b \cdot = 1 \\ \text{Neumann 形 のとき} & L_b \cdot = \frac{\partial}{\partial n} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (2.5)$$

ここに、 $\partial/\partial n$ は境界に垂直方向の微分を意味する。

2.2.2 関数空間における定式化

パラメータ決定の問題は次のように表わすことができる。すなわち、プロセスの入力ベクトル $\underline{f}_\Omega(t, \underline{x}) \in F([t_0, t_1] \times \Omega)$ とその応答 $\underline{u}(t, \underline{x}) \in \Gamma(\Omega)$ ($t \in [t_0, t_1], \underline{x} \in \Omega$) を知って、(2.1) 式の動特性微分方程式の解が $\hat{\underline{u}}(t, \underline{x}) \in \Gamma(\Omega)$ にできるだけ近づくように式中の未定パラメータを決定することである。判定基準として誤差の自乗積分を選ぶと

$$J = \int_{t_0}^{t_1} \int_{\Omega} [\hat{\underline{u}}(t, \underline{x}) - \underline{u}(t, \underline{x})]^T \cdot [\underline{u}(t, \underline{x}) - \hat{\underline{u}}(t, \underline{x})] d\Omega dt \dots\dots\dots (2.6)$$

ここで境界条件は斉次であるか、あるいは等価的に斉次とみなせるならば、 J を最小にする分布定数を求めればよい。これは

$$\min_{\underline{a}(t, \underline{x}) \in A} \int_{t_0}^{t_1} \int_{\Omega} [\hat{\underline{u}}(t, \underline{x}) - \underline{u}(t, \underline{x})]^T \cdot [\underline{u}(t, \underline{x}) - \hat{\underline{u}}(t, \underline{x})] d\Omega dt \dots\dots\dots (2.7)$$

のように表わせる。

ここに $\underline{a}(t, \underline{x})$ は未定パラメータの全集合で

$$\underline{a}(t, \underline{x}) \equiv [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_\ell]^T \in A([t_0, t_1] \times \Omega)$$

である。 $A([t_0, t_1] \times \Omega)$ は $\underline{a}(t, \underline{x})$ が真値にじゅうぶん近い範囲の関数集合で、無限次元ユークリッド関数空間の部分集合である。ここでは $\underline{a}(t, \underline{x}) \in A$ は連続で、 t, Ω に対し 2 回連続微分可能であり、この範囲の \underline{a} の無限小の変動に対し、 $\underline{u}(t, \underline{x})$ は無限小の変動をするものと仮定する。

前項(2.4)式の例では、 $\underline{a}(t, \underline{x})$ は $\{\underline{a}(t, \underline{x}), \underline{b}(t, \underline{x}), \underline{c}(t, \underline{x})\}$ である。(2.7)式の解の存在と一意性は一般には保証されない。しかし、現実のプロセスの真値にじゅうぶん近い範囲では正しいと考えられる。

さて、(2.7)式から最適関数 $\Pi[\underline{u}(t, \underline{x}), t_1 - t]$

$$\Pi(\underline{u}(t, \underline{x}), t_1 - t) = \min_{\underline{a}(t, \underline{x}) \in A} \int_t^{t_1} \int_{\Omega} (\underline{u} - \underline{\hat{u}})^T (\underline{u} - \underline{\hat{u}}) d\Omega dt \quad (2.8)$$

を定義し、任意の初期状態 $\underline{u}(t, \underline{x})$ に対し、以後の期間 $[t, t_1]$ にわたり、 $\underline{a}(t, \underline{x})$ が最適値に選ばれたとしたときの自乗誤差面積を表わすものとする。最適性の原理から、 t に対し無限小区間 $[t, t + \varepsilon]$ を考えると、

$$\Pi(\underline{u}(t, \underline{x}), t_1 - t) = \min_{\underline{a}(t, \underline{x}) \in A} \left\{ \int_t^{t+\varepsilon} \int_{\Omega} (\underline{u} - \underline{\hat{u}})^T (\underline{u} - \underline{\hat{u}}) d\Omega dt + \Pi(\underline{u}(t + \varepsilon, \underline{x}), t_1 - t - \varepsilon) \right\} \quad (2.9)$$

いま、 $\tau = t_1 - t$ として (2.9) 式右辺の第 2 項をテイラー展開して第一次項をとると

$$\Pi(\underline{u}(t + \varepsilon, \underline{x}), \tau - \varepsilon) = \Pi(\underline{u}(t, \underline{x}), \tau) + \varepsilon \int_{\Omega} \frac{\partial \Pi}{\partial \underline{u}} \frac{\partial \underline{u}}{\partial t} d\Omega - \varepsilon \frac{\partial \Pi}{\partial t} \quad (2.10)$$

ここに、 $\partial \Pi / \partial \underline{u}$ は関数 Π の微係数 (Functional derivative)⁽⁵⁾ で、 $\Gamma(\Omega)$ に属する行ベクトルを表わす。(2.10) 式を (2.9) 式に代入し、(2.10) 式右辺の第一項と第 3 項が $\underline{a}(t, \underline{x}) \in A$ 、 $(t \in [t, t + \varepsilon])$ に無関係であることを考えて、 $\min \{ \}$ の外に出す。さらに $\varepsilon \rightarrow 0$ とすると、 t の全域 $[t_0, t_1]$ にわたり、次のような Hamilton-Jacobi の方程式が得られる。

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} \{ \underline{u}(t, \underline{x}), \tau \} = \min_{\underline{a}(t, \underline{x}) \in A} \int_{\Omega} \left\{ (\underline{u} - \underline{\hat{u}})^T (\underline{u} - \underline{\hat{u}}) + \frac{\partial \Pi}{\partial \underline{u}} \frac{\partial \underline{u}}{\partial t} \right\} d\Omega \quad (2.11)$$

初期条件は (2.8) 式から 0 である。

ここで、共役変数 $\underline{y}(t, \underline{x}) = (\partial \Pi / \partial \underline{u})^T$ 、 $\underline{y}(t, \underline{x}) \in \Gamma(\Omega)$ を導入し、 $n + 1$ 次元の座標軸において

$$\underline{q}(t, \underline{x}) = \begin{bmatrix} \partial \underline{u} / \partial t \\ (\underline{u} - \underline{\hat{u}})^T (\underline{u} - \underline{\hat{u}}) \end{bmatrix} \quad \underline{p}(t, \underline{x}) = \begin{bmatrix} \underline{y}(t, \underline{x}) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

なる新しいベクトルを定義すると、(2.11) 式は

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} = \min_{\underline{a}(t, \underline{x}) \in A} \int_{\Omega} \underline{p}^T \underline{q} d\Omega \quad (2.13)$$

\underline{p} と \underline{q} はヒルベルト空間 $\Gamma(\Omega)$ におけるベクトルであるから、(2.13) 式における積分が

内積を定義するものとする、ハミルトン関数は

$$H(\underline{u}, \underline{p}, \underline{a}, t) = \int_{\Omega} \underline{p}^T \underline{q} d\Omega = \langle \underline{p}, \underline{q} \rangle_{\Omega} \quad (2.14)$$

ここに、 $\langle \underline{p}, \underline{q} \rangle_{\Omega}$ は $\Gamma(\Omega)$ における \underline{p} , \underline{q} の内積
と表わすことができる。もし H_0 を

$$H_0(\underline{u}, \underline{p}, t) = \min_{\underline{a}(t, \underline{x}) \in A} H(\underline{u}, \underline{p}, \underline{a}, t) \quad (2.15)$$

とすると、次のようなハミルトンの正準方程式に相当する関係式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \underline{u}}{\partial t} &= \frac{\partial H_0}{\partial \underline{y}} : \underline{u}(t_0, \underline{x}) = \underline{u}_0(\underline{x}) \\ \frac{\partial \underline{y}}{\partial t} &= - \frac{\partial H_0}{\partial \underline{u}} : \underline{y}(t_1, \underline{x}) = \frac{\delta \Pi}{\delta \underline{u}} [\underline{u}(t, \underline{x}), \tau=0] = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.16)$$

2.2.3 逐次計算法

未定パラメータ $\underline{a}(t, \underline{x}) \in A([t_0, t_1] \times \Omega)$ は 2.2.2 項の (2.15), (2.16) 式を解き,
(2.15) 式により $\underline{a}(t, \underline{x}) \in A([t_0, t_1] \times \Omega)$ を決めればよい。

関数 $H(\underline{u}, \underline{p}, \underline{a}, t)$ の $\underline{a}(t, \underline{x}) \in A([t_0, t_1] \times \Omega)$ に対する Fréchet 微分 $\delta H(\underline{u}, \underline{p}, \underline{a}, t)$ を考えると

$$\delta H(\underline{u}, \underline{p}, \underline{a}, t) = H(\underline{u}, \underline{p}, \underline{a} + \Delta \underline{a}, t) - H(\underline{u}, \underline{p}, \underline{a}, t)$$

δH は $\Delta \underline{a}$ の無限小の増分に対して無限小の変動をする連続性を仮定すると

$$\delta H = \int_{\Omega} \frac{\partial H}{\partial \underline{a}} \underline{a}(t, \underline{x}) d\Omega \quad (2.17)$$

ここに、 $\delta H / \delta \underline{a}$ は関数 H の微係数 (Functional derivative) である。 $\Delta \underline{a}$ が真値にじゅうぶん近い範囲の増分であり、この範囲で H が \underline{a} に対して連続であることを仮定できるならば、(2.15) 式の必要条件として

$$\frac{\delta H}{\delta \underline{a}} = 0, \quad \underline{x} \in \Omega, \quad t \in [t_0, t_1] \quad (2.18)$$

をとることができる。

すなわち、 $\underline{a}(t, \underline{x})$ を真値にじゅうぶん近い初期値から逐次修正をくり返し、(2.18) 式の条件を満足するように収束させることによって $\underline{a}(t, \underline{x})$ を決定することができる。こ

の計算手順は次のようになる。

Step 1: 初期値の推定 $\underline{a}(t, \underline{x}) = \underline{a}^0(t, \underline{x})$

Step 2: 動特性微分方程式を解く。

(2.16)式の第1式において, $\underline{a}(t, \underline{x}) = \underline{a}^0(t, \underline{x})$ として

$$\frac{\partial \underline{u}}{\partial t} = \underline{L} \cdot \underline{u}(t, \underline{x}) + \int_{t_0}^t \underline{D}(t, \underline{x}) \cdot \underline{f}_\Omega(t, \underline{x}) \quad (2.19)$$

初期条件: $\underline{u}(t_0, \underline{x}) = \underline{u}_0(\underline{x}) \quad \underline{x} \in \Omega$

境界条件: $\underline{L}_b \cdot \underline{u}(t, \underline{x}) = \underline{f}_{\Omega_b}(t, \underline{x}) \quad \underline{x} \in \Omega_b, \quad t \in [t_0, t_1]$

Step 3: 共役微分方程式を解く。

(2.16)式の第2式において $\underline{u}(t, \underline{x})$ に Step 2 の結果を用い

$$\frac{\partial \underline{y}}{\partial t} = \underline{L}^* \cdot \underline{y}(t, \underline{x}) - 2 \{ \underline{u}(t, \underline{x}) - \hat{\underline{u}}(t, \underline{x}) \} \quad \underline{x} \in \Omega, \quad t \in [t_0, t_1] \quad (2.20)$$

端末条件: $\underline{y}(t_1, \underline{x}) = \underline{y}_1(\underline{x}) = 0 \quad \underline{x} \in \Omega$

境界条件: $\underline{L}_b \cdot \underline{y}(t, \underline{x}) = 0 \quad \underline{x} \in \Omega_b, \quad t \in [t_0, t_1]$

(2.20)式は $\tau = t_1 - t$ として τ について解けば, 端末条件は初期条件になる。

Step 4: 修正係数の計算

ハミルトン関数 H は (2.14) 式より

$$H = \int_{\Omega} \{ (\underline{L}^* \cdot \underline{y}(t, \underline{x})) \cdot \underline{u}(t, \underline{x}) + \underline{D}(t, \underline{x}) \underline{y}(t, \underline{x}) \cdot \underline{f}_\Omega(t, \underline{x}) + [\underline{u}(t, \underline{x}) - \hat{\underline{u}}(t, \underline{x})] \} d\Omega \quad (2.21)$$

Step 5: $\underline{a}(t, \underline{x})$ の修正

$$\underline{a}^{n+1}(t, \underline{x}) = \underline{a}^n(t, \underline{x}) - K \frac{\partial H}{\partial \underline{a}} ;$$

$$K = k \left[\sum_i \left(\frac{\partial H}{\partial \underline{a}_i} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.22)$$

ここに, k : 任意の正の値

$\partial H / \partial \underline{a}$ は (2.17) 式で定義される微係数 (Functional derivative) である。

Step 6: (2.18) 式の条件に収束したかどうか判定し, 収束がじゅうぶんでないときは Step 2 に進む。

2.3 境界条件の斉次化

2.2.2 項の定式化には境界条件が斉次性を有しているものとしている。しかし、一般にはこれは保証されない。しかし、特殊な場合には作用素を拡張定義することによって、等価的に斉次性を確立できる。⁽¹²⁾

まず、ヒルベルト空間 $\Gamma(\Omega)$ を次のような内積

$$\langle f, g \rangle = \int_{t_0}^t \int_{\Omega} f g d\Omega dt \quad (2.23)$$

を持つものとして定義する。ここに f, g は $\Gamma(\Omega)$ の要素である。いま斉次性の境界条件を持つプロセスを考え、 $L \cdot$ を空間座標に関する偏微分作用素とすると、 $L \cdot$ の共役作用素 $L^* \cdot$ は

$$\langle L \cdot \underline{u}, \underline{v} \rangle = \langle L^* \cdot \underline{v}, \underline{u} \rangle \quad (2.24)$$

によって定義できる。 $L \cdot$ の作用域 $D(L)$ は

$$L \cdot \underline{u} \in \Gamma(\Omega), L_b \cdot \underline{u} = 0 \quad (2.25)$$

を満足するヒルベルト空間 $\Gamma(\Omega)$ に含まれる関数 \underline{u} の集合である。同様に $L^* \cdot$ の作用域 $D(L^*)$ は

$$L^* \cdot \underline{v} \in \Gamma(\Omega), L_b^* \cdot \underline{v} = 0 \quad (2.26)$$

を満足する関数 \underline{v} の集合体ある。ここで、 $D(L)$ で要求される境界条件の斉次性を満足しない関数集合 $w \in \Gamma(\Omega)$ を考え

$$\langle L^* \cdot \underline{v}, \underline{w} \rangle = \langle \underline{v}, L_e \cdot \underline{w} \rangle \quad (2.27)$$

によって、作用素 $L \cdot$ の拡張 $L_e \cdot$ を定義する。

(2.27) 式の左辺から出発し、部分積分によって右辺が得られる場合には $L_e \cdot$ が決まる。例として Neumann 形の境界条件を持つ二次元空間における拡散プロセスについて $L_e \cdot$ を計算する。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \cdot \{ a(t, x, y, z) \nabla u \} \quad (x, y, z) \in \Omega, \quad t \in [t_0, t_1] \quad (2.28)$$

初期条件は

$$u(t_0, x, y, z) = u_0(x, y, z) \quad (x, y, z) \in \Omega \quad (2.29)$$

境界条件は

$$\frac{\partial u}{\partial n} = f_{\Omega_b}(t, x_b, y_b, z_b) \quad (x_b, y_b, z_b) \in \Omega_b \quad t \in [t_0, t_1] \quad (2.30)$$

ここに、 $\partial/\partial n$ は境界に垂直方向の微係数を表わす。共役作用素 L^* は

$$\int_{t_0}^t \int_{\Omega} v \nabla \cdot (a \nabla u) d\Omega dt = \int_{t_0}^t \int_{\Omega} u L^* \cdot v d\Omega \quad (2.31)$$

により計算できる。

任意のベクトル $\vec{\xi}$ とスカラー η に対し

$$\nabla \cdot (\eta \vec{\xi}) = \eta \nabla \cdot \vec{\xi} + \vec{\xi} \cdot \nabla \eta \quad (2.32)$$

なる関係式が成立するので、 $\vec{\xi} = a \nabla u$, $\eta = v$ とみなすことによって

$$v \nabla \cdot (a \nabla u) = \nabla \cdot (va \nabla u) - a \nabla u \cdot \nabla v \quad (2.33)$$

したがって

$$\int_{\Omega} v \nabla \cdot (a \nabla u) d\Omega = \int_{\Omega} \nabla \cdot (va \nabla u) d\Omega - \int_{\Omega} a \nabla u \cdot \nabla v d\Omega \quad (2.34)$$

ベクトル解析における Gauss の定理から、次の体積積分に変えることができる。

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot (va \nabla u) d\Omega = \int_{\Omega_b} \vec{n} \cdot (va \nabla u) d\Omega_b \quad (2.35)$$

ここに、 \vec{n} :境界 Ω_b に外向のユニットベクトル

しかるに

$$\vec{n} \cdot (va \nabla u) = va (\vec{n} \cdot \nabla u) = va \frac{\partial u}{\partial n} \quad (2.36)$$

であるから

$$\int_{\Omega} v \nabla \cdot (a \nabla u) d\Omega = \int_{\Omega_b} va \frac{\partial u}{\partial n} d\Omega_b - \int_{\Omega} a \nabla u \cdot \nabla v d\Omega \quad (2.37)$$

ふたたび(2.32)式の関係を用い、 $\vec{\xi} = a \nabla v$, $\eta = u$ とみなすことによって

$$a \nabla u \cdot \nabla v = \nabla \cdot (ua \nabla v) - u \nabla \cdot (a \nabla v) \quad (2.38)$$

したがって

$$\int_{\Omega} a \nabla u \cdot \nabla v d\Omega = \int_{\Omega} \nabla \cdot (ua \nabla v) d\Omega - \int_{\Omega} u \nabla \cdot (a \nabla v) d\Omega \quad (2.39)$$

ふたたび Gauss の定理を適用すると

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot (ua \nabla v) d\Omega = \int_{\Omega_b} \vec{n} \cdot (ua \nabla v) d\Omega_b = \int_{\Omega_b} ua \frac{\partial v}{\partial n} d\Omega_b \quad (2.40)$$

したがって、全積分は

$$\int_{\Omega} \mathbf{v} \nabla \cdot (\mathbf{a} \nabla \mathbf{u}) d\Omega = \int_{\Omega_b} \mathbf{v} \mathbf{a} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{n}} d\Omega_b - \int_{\Omega_b} \mathbf{u} \mathbf{a} \cdot \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{n}} d\Omega_b + \int_{\Omega} \mathbf{u} \nabla \cdot (\mathbf{a} \nabla \mathbf{v}) d\Omega \quad (2.41)$$

\mathbf{u} は斉次性の境界条件を満足しているから

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{n}} = 0 \quad (\mathbf{x}_b, \mathbf{y}_b, \mathbf{z}_b) \in \Omega_b \quad (2.42)$$

そして \mathbf{v} を

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{n}} = 0 \quad (\mathbf{x}_b, \mathbf{y}_b, \mathbf{z}_b) \in \Omega_b \quad (2.43)$$

なるように選べば

$$\int_{\Omega} \mathbf{v} \nabla \cdot (\mathbf{a} \nabla \mathbf{u}) d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{u} \nabla \cdot (\mathbf{a} \nabla \mathbf{v}) d\Omega \quad (2.44)$$

したがって、共役作用素 L^* は (2.44) 式の両辺に時間積分を追加して考えると

$$L^* = \nabla \cdot \{ \mathbf{a} \nabla () \} \quad (2.45)$$

となる。

次に斉次性の境界条件を満足しない \mathbf{w} に対して作用素 L を拡張する。

いま

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{n}} = \mathbf{f}_{\Omega_b}(t, \mathbf{x}_b, \mathbf{y}_b, \mathbf{z}_b) \quad (\mathbf{x}_b, \mathbf{y}_b, \mathbf{z}_b) \in \Omega_b, \quad t \in [t_0, t_1] \quad (2.46)$$

とおき

$$\int_{t_0}^{t_1} dt \int_{\Omega} \mathbf{w} L^* \cdot \mathbf{v} d\Omega = \int_{t_0}^{t_1} dt \int_{\Omega} \mathbf{v} L_e \cdot \mathbf{w} d\Omega \quad (2.47)$$

なる関係から L_e を求める。

(2.41) 式より

$$\int_{\Omega} \mathbf{w} L^* \cdot \mathbf{v} d\Omega = \int_{\Omega_b} \mathbf{w} \mathbf{a} \cdot \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{n}} d\Omega_b - \int_{\Omega_b} \mathbf{v} \mathbf{a} \cdot \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{n}} d\Omega_b + \int_{\Omega} \mathbf{v} \nabla \cdot (\mathbf{a} \nabla \mathbf{w}) d\Omega \quad (2.48)$$

しかるに

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{n}} = 0 \quad (\mathbf{x}_b, \mathbf{y}_b, \mathbf{z}_b) \in \Omega_b \quad (2.49)$$

$$\frac{\partial w}{\partial n} = f_{\Omega_b} \quad (x_b, y_b, z_b) \in \Omega_b \quad (2.50)$$

であるから

$$\int_{\Omega} \mathbf{w} \mathbf{L}^* \cdot \mathbf{v} d\Omega = - \int_{\Omega_b} \mathbf{v} \mathbf{a} f_{\Omega_b} d\Omega_b + \int_{\Omega} \mathbf{v} \nabla \cdot (\mathbf{a} \nabla \mathbf{w}) d\Omega \quad (2.51)$$

(2.51)式の右辺第1項を記号的に

$$\int_{\Omega_b} \mathbf{v} \mathbf{a} f_{\Omega_b} d\Omega_b = \int_{\Omega} \mathbf{v} \mathbf{a} f_{\Omega_b} \delta(x_b, y_b, z_b) d\Omega \quad (2.52)$$

と表わすと、(2.51)式に時間積分を加えて

$$\mathbf{L}_e \cdot \mathbf{v} = \nabla \cdot \{ \mathbf{a} \nabla (\cdot) \} - \mathbf{a} f_{\Omega_b} \delta(x_b, y_b, z_b) \quad (2.53)$$

ここに $\delta(x_b, y_b, z_b)$ はデルタ記号関数で境界 Ω_b で連続な任意の β に対して

$$\int_{\Omega} \beta \delta(x_b, y_b, z_b) d\Omega = \int_{\Omega_b} \beta d\Omega_b \quad (2.54)$$

なる関係があるものとする。

2.4 数値解析とその検討⁽²⁰⁾

2.4.1 地下水の拡散方程式

水資源管理の面から地下水の拡散プロセスをはあくしておくことが必要である。一般に地下水の拡散プロセスの微分方程式は

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \{ T(t, x, y) \nabla h(t, x, y) \} - S(t, x, y) \frac{\partial h}{\partial t} - Q(t, x, y) &= 0 \\ (x, y) \in \Omega, \quad t \in [t_0, t_1] & \quad (2.55) \end{aligned}$$

で与えられる。⁽¹³⁾

初期条件は

$$h(t_0, x, y) = h_0(x, y), \quad (x, y) \in \Omega \quad (2.56)$$

境界条件は

$$\frac{\partial h}{\partial n} = f_{\Omega_b}(t, x_b, y_b), \quad t \in [t_0, t_1] \quad (x_b, y_b) \in \Omega_b \quad (2.57)$$

ここに、 h : 地下水の水位、 Q : 表面流量、 S : 貯水係数、 T : 伝搬係数である。水位 h と流量 Q は領域 Ω の代表点について、期間 $[t_0, t_1]$ にわたり測定されて

いるとき、貯水係数 S と伝搬係数 T を決定する問題を考える。

$S(t, x, y)$ の逆数 $R(t, x, y)$ が $(x, y) \in \Omega, t \in [t_0, t_1]$ で定義できるならば

$$L \cdot = R(t, x, y) \nabla \cdot \{ T(t, x, y) \nabla () \} \quad (2.58)$$

である。共役作用素 L^* と拡張作用素 Le は第2.3節(2.45)式, (2.59)式と同様にして

$$L^* \cdot = \nabla \cdot \{ T \nabla (R) \} \quad (2.59)$$

$$Le \cdot = R \nabla \cdot \{ T \nabla () \} - R T f_{\Omega_b} \cdot \delta(x_b, y_b) \quad (2.60)$$

であることがわかる。

ハミルトン関数 H は(2.21)式より

$$H = \int_{\Omega} \{ R \nabla \cdot \{ T \nabla h \} - R T f_{\Omega_b} \delta(x_b, y_b) h \} \lambda d\Omega - \int_{\Omega} R Q \lambda d\Omega + \int_{\Omega} (h - \hat{h})^2 d\Omega \quad (2.61)$$

であるから、共役偏微分方程式は

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} = - \frac{\delta H}{\delta h} = - \nabla \cdot \{ T \nabla (R \lambda) \} + R T f_{\Omega_b} \cdot \delta(x_b, y_b) - 2(h - \hat{h}) \quad (2.62)$$

境界条件は

$$\frac{\partial}{\partial n} (R \lambda) = 0 \quad (x, y) \in \Omega_b, \quad t \in [t_0, t_1] \quad (2.63)$$

終端条件は

$$\lambda(t_1, x, y) = 0 \quad (x, y) \in \Omega \quad (2.64)$$

H の R に関する Functional derivative $\delta H / \delta R$ は(2.61)式より

$$\frac{\delta H}{\delta R} = (\nabla \cdot T \nabla h) \lambda - T f_{\Omega_b} \delta(x_b, y_b) \lambda - Q \lambda \quad (2.65)$$

また、第2.3節(2.37)式と同様にして

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \{ R \nabla \cdot T \nabla h \} \lambda d\Omega &= \int_{\Omega_b} \lambda R T \frac{\partial h}{\partial n} d\Omega_b - \int_{\Omega} T \nabla h \cdot \nabla \lambda R d\Omega \\ &= \int_{\Omega} \lambda R T f_{\Omega_b} \delta(x_b, y_b) d\Omega - \int_{\Omega} T \nabla h \cdot \nabla \lambda R d\Omega \quad (2.66) \end{aligned}$$

であるから、 H の T に関する Functional derivative $\delta H / \delta T$ は

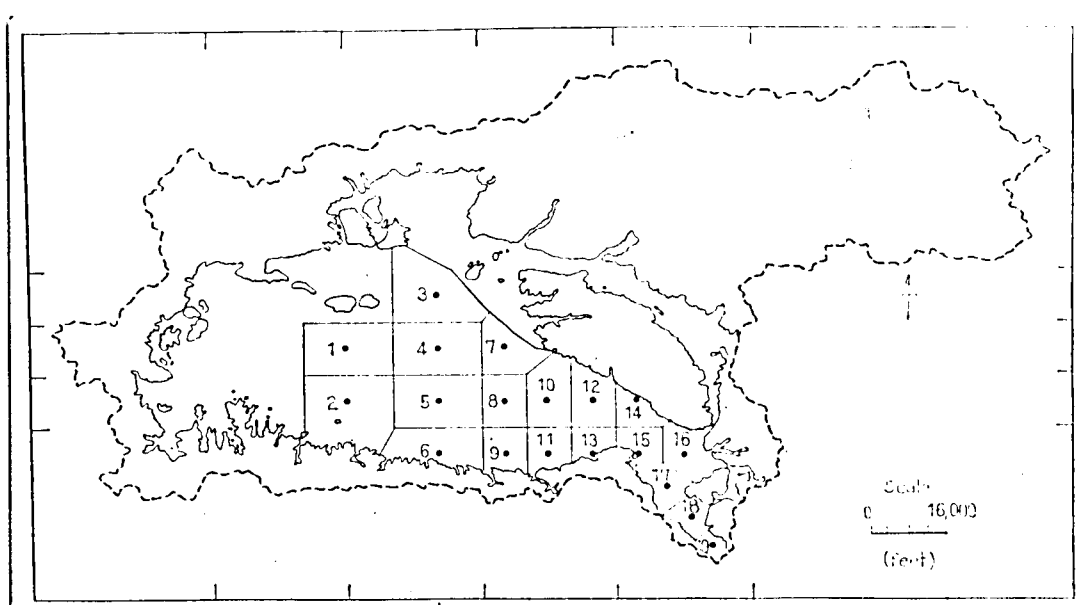
$$\frac{\delta H}{\delta T} = \lambda R f_{\Omega_b} \delta(x_b, y_b) - \nabla h \cdot \nabla \lambda R \quad (2.67)$$

となる。

2.4.2 数値計算

数値計算のため、偏微分方程式を時間と空間に関して、差分方程式として解くのであるが、 h と Q の実測されている点の分布に規則性がなく、境界の形状が不規則であるので、MacNeal 氏の非対称ネットワーク分割法⁽²¹⁾により領域を分割し差分方程式を作る。

第2.1図に対象とする領域の地図とそのネットワーク分割を示す。各ノードにつき1950年から1957年までの8年間、水位 h と表面流量 Q が実測されている。境界は岩盤に囲まれているので、 $\partial h / \partial n = 0$ である。



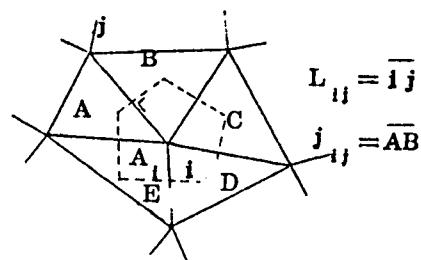
第2.1図 ネットワークとノード

いまノード i を中心とする第2.2図に示すような多角形 A_i を考えて、 i と近接ネットワークとの関係から差分方程式を導くと

$$\sum_j (h_{jk} - h_{ik}) Y_{ijk} = A_i S_i (h_{ik} - h_{ik-1}) + A_i Q_i$$

$$Y_{ijk} = \frac{J_{ji} T_{ijk}}{L_{ij}}, \quad i, j = 1 \sim 19 \quad (i \neq j)$$

$$k = 1 \sim 8 \quad (2.68)$$



第2.2図 非対称ネットワーク

ここに、 h_{ik} : k 時間帯におけるノード i の水位、 A_i : ノード i を中心とする多角形部

の面積, Y_{ijk} : k 時間帯におけるノード j とノード i 間の伝搬率, S_{ik} : k 時間帯におけるノード i の貯水係数, Q_{ik} : k 時間帯におけるノード i の体積流量, T_{ijk} : k 時間帯におけるノード j とノード i 間の単位伝搬率, L_{ji} : ノード j とノード i 間の距離 (第 2.2 図参照), J_{ji} : ノード j とノード i を結ぶ線に直角な境界線の長さ (第 2.2 図参照)

(2.68) 式の物理的な意味は次のように解釈できる。左辺は A_i に伝搬されてくる地下水の総和であり, 右辺第 1 項は A_i における貯水量の変化量であり, 第 2 項は表面から A_i に流入, 流出する流量である。境界に接するところでは流入, 流出がないので, 左辺第 1 項の和を領域内のノードについてのみとることによって満足させることができる。

同様にして共役微分方程式も次のように得られる。

$$\lambda_{ik+1} - \lambda_{ik} = - \sum_j Y_{ijk} (R_{jk} \lambda_{jk} - R_{ik} \lambda_{ik}) + 2 (h_{ik} - \hat{h}_{ik}) \quad (2.69)$$

ここで, λ_{ik} : k 時間帯のノード i における共役変数, $R_{jk}: S_{ik}^{-1}$

Functional derivative は

$$\left. \frac{\partial H}{\partial T} \right|_{jik} = (h_{jk} - h_{ik}) (R_{jk} \lambda_{jk} - R_{ik} \lambda_{ik}) \left(\frac{J_{ji}}{L_{ji}} \right)^2 \quad (2.70)$$

$$\left. \frac{\partial H}{\partial R} \right|_{ik} = \left\{ \sum_j (h_{jk} - h_{ik}) Y_{jik} \right\} \lambda_{ik} - Q_{ik} \lambda_{ik} \quad (2.71)$$

によって近似することができる。

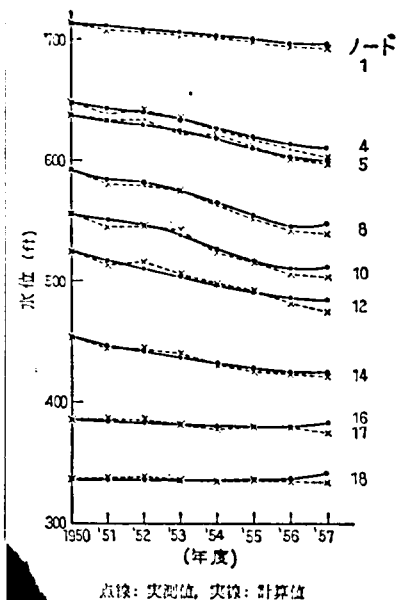
第 2.3 表, 第 2.4 表は実測された水位 h_{ik} ($i=1 \sim 19, k=1 \sim 8$) と表面流量 $A_i Q_i$ ($i=1 \sim 19, k=1 \sim 8$) の一覧表である。第 2.3 図, 第 2.4 図は計算の最終結果 h_{ik} と実測値との比較を示している。1957 年の計算結果が 1950 年の水位を初期値として固定しているため, わづかにずれる傾向が見られるが, 両者はデータ精度の範囲内で一致しているといえる。計算は IBM 7094 で行なわれた。収束までのくり返し計算回数は 25 回, FORTRAN プログラムのステートメント数は約 200, 計算時間は約 3 分である。

4.3 検討結果のまとめ

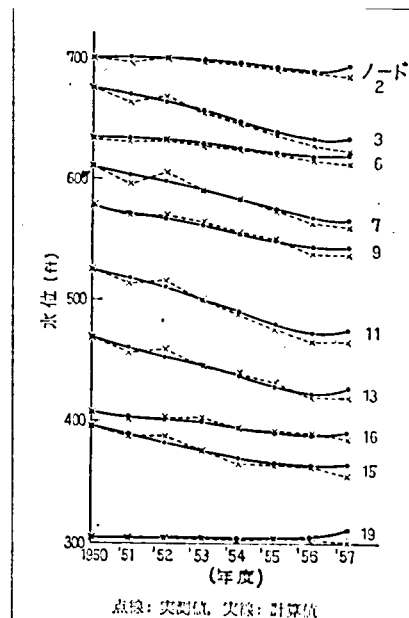
分布定数系のパラメータ決定問題を関数空間で定式化し, 数値計算手法を示し, 例題の数値解を示した。

第 2.3 表 地下水水位測定値 h_{ik} (ft)

時間帯 ノード	1	2	3	4	5	6	7	8
年	1950	51	52	53	54	55	56	57
1	713	708	706	704	701	697	694	691
2	700	697	700	697	694	690	688	685
3	678	664	668	654	646	637	628	622
4	649	639	641	635	625	617	609	602
5	638	632	633	627	621	611	602	597
6	633	631	632	628	625	620	615	611
7	610	596	605	591	586	575	564	560
8	593	580	580	575	563	551	542	539
9	578	569	570	564	557	550	539	538
10	556	546	544	532	524	517	507	503
11	526	514	516	500	488	477	465	465
12	525	515	513	505	499	491	481	475
13	469	457	459	444	439	431	420	420
14	453	446	445	440	431	426	425	421
15	397	388	389	376	366	364	362	355
16	407	402	402	402	395	392	390	387
17	386	386	386	381	378	380	379	376
18	337	337	338	336	335	337	336	335
19	303	303	303	302	302	303	303	300



第 2.3 図 水位計算値—実測値比較図
(その 1)



第 2.4 図 水位計算値—実測値比較図
(その 2)

第 2.4 表 表面流量測定値 $A_i Q_{ik}$ (ACRE-ft³/Year)

時間帯	1	2	3	4	5	6	7	8
年 リード	1950	51	52	53	54	55	56	57
1	11,990	14,430	13,850	14,210	13,900	14,460	16,200	17,590
2	5,370	8,440	5,750	6,510	5,880	6,330	7,680	8,380
3	20,700	32,730	25,070	26,760	25,050	26,180	27,770	38,840
4	4,650	13,370	4,040	4,740	3,920	5,760	6,470	5,260
5	-9,960	-3,490	-8,300	-5,920	-5,230	-4,760	-3,020	-5,720
6	1,150	3,480	1,410	1,920	1,720	1,990	2,470	2,970
7	5,700	9,050	7,290	7,460	6,790	7,160	8,450	8,840
8	-15,310	-12,580	-26,310	-22,240	-22,120	-27,530	-29,130	-24,110
9	240	1,640	960	1,100	890	1,110	2,750	2,050
10	-14,900	-13,790	-24,090	-23,560	-24,050	-26,800	-25,470	-21,870
11	-11,270	-8,630	-9,580	-11,460	-12,550	-14,720	-11,870	-9,170
12	-7,410	-5,230	-6,760	-5,920	-6,540	-6,140	-5,460	-5,040
13	-15,160	-10,960	-5,480	-4,740	-2,010	-3,070	870	-6,360
14	420	-1,670	1,180	1,190	850	1,100	1,780	1,450
15	-29,320	-22,890	-26,500	-32,490	-30,270	-25,910	-27,230	-24,110
16	1,160	2,570	1,380	1,680	1,220	1,490	2,200	1,900
17	660	3,480	1,390	2,050	3,360	3,470	3,690	4,540
18	-4,170	-3,910	-4,330	-3,900	-3,300	-3,910	-3,720	-3,010
19	-320	-140	-290	-140	-130	-180	-320	-70

分布定数パラメータを最初から時間と空間に関して離散化し、それぞれを独立変数と考えると、2.4.1項の例題の場合には152個（19ノード×8時間帯）の変数となる。くり返し計算をそれぞれの独立変数について行ない、さらにこれを何回か弛緩計算しなければならないことを考えると、収束が困難になることが予想される。

本論文は関数空間における収束計算により、実用規模の計算量で数値解析できることを示している。

本論文の扱っている微分方程式は拡散方程式であるが、一般の円形偏微分方程式に拡張することができる。

3. 電力系統における最適運用制御方式

3.1 概 要

3.1.1 電力系統の自動給電システム (22)(23)

電力系統は電力の発生、輸送、分配、消費のための設備である発電所、送電線、送配電機器、変電所、配電線路、負荷とから構成されるシステムであり、このシステムの目的は良質の電力を経済的にかつ十分な信頼度を以って需要家に供給することである。良質の電力とは規定の周波数および需要家端の規定電圧を維持することであり、経済的というのは火力発電所における燃料費の節減、送電損失の減少、設備の高効率運転などが含まれている。また、電力供給の信頼度とは電力使用制限など、電力供給の支障をできる限り少なくすることをいう。

電力会社では、毎年急増しつつある需要に対処するため、巨額の投資を行って、電力系統の開発拡充を進めており、今日電力系統は、設備投資の最も大きい広域的で、複雑で、かつ巨大な典型的なシステムを形成している。

電気事業が公共性の強い基幹産業であるところから、電力の品質、経済性と信頼性に関しては厳しい責務がある。このため、電力系統の運用制御には早くからシステム工学的研究が進められ、今日、電子計算機を中心とする自動給電設備が最も発達している分野の1つである。

(1) 自動給電システムの歴史的発展過程 (24)~(26)

電力系統の運用自動化の歴史を振り返ってみるに、これをもっとも促進してきたのはアメリカであるが、それもアメリカ北東部における大停電事故の前までは、経済性を重視した自動化であり、自動化の内容は、周波数制御、経済負荷配分制御、経済融通制御がほとんどであった。そして、その初期のころはアナログ形単能制御装置が使用されていたが、その後、高信頼度の制御用デジタル計算機の出現にともなって、逐次アナログ形装置のもつ機能がデジタル計算機を中核とした自動給電システムに移しかえられるようになってきた。さらに、近年設置された自動給電システムでは、周波数制御、経済負荷配分制御

などのほかに、電力系統の状況をは握し、評価しながら運用する機能—いいかえれば、電力系統の信頼性を確認し、それを維持してゆく機能が含まれるように発展してきている。この発展の傾向はアメリカのみでなく世界各国においてうかがわれるものである。

(2) 初期の電力系統運用自動化の研究

初期の電力系統の運用自動化に関しては、F. Noakes と A. Arismunander の Bibliography⁽²⁷⁾ に詳しく収録されているが、これによると、1920年代に、早くも米国において火力発電所内の経済負荷配分の研究が始まっている。

1949年送電損失を考慮した火力系統の経済運用が、いわゆる協調方程式を解くことによって決定できることが示された。この理論に基く計算制御装置は1954年からアメリカで実際運転に入っている。1961年にはデジタル形のプロセス制御用計算機にはオンライン・システムが実現している。このような、瞬時経済負荷配分に関する理論は主としてGE社中心に研究されてきた。⁽²⁸⁾ わが国では1956年以来電力中研が中心になって研究が進められ、1957年水火併用系統に関する瞬時運用理論（協調方程式）が開発され1958年から実際の装置が運転に入っている。⁽²⁴⁾

このように瞬時経済負荷配分に関する研究はすでに確立しているといつてよく、近年は、水火併用系統における予測ずれのオンライン・アダプティブ修正に関する研究が1部で行われている。⁽²⁹⁾

米国の電力系統がほとんど火力系であるため、初期の経済負荷配分制御は、等増分発電コストの原理に基く瞬時経済負荷配分制御が主流であった。しかし、米国北部、カナダ南部には大きな貯水池を有する水力発電所があり、貯水池の最適な運用を含めた水火併用系統の経済負荷配分の研究も1920年代から行われ、1950年頃には変分法に基いた水火併用系統の協調方程式が確立されている。⁽²⁷⁾

わが国はほとんど水火併用系統であり、かつ貯水池も小さく、いくつかの貯水池が同一水系につらなっているなど、複雑な条件があり、米国流の協調方程式では正確な決定ができなかった。このため、1956年以来、電力中研が中心になって電力各社、電機メーカーが参加して、わが国に適した経済運用方式の研究が進められた。⁽²⁵⁾ この結果、1957年には水火併用系統の協調方程式法が、1961年にはグラディエント法と呼ばれる変分法の直接解法を用いた本格的な水火併用系統の経済負荷配分装置⁽³⁰⁾が開発されている。これらの

水火併用系統の経済負荷配分は、1日24時間の各時間帯における翌日の負荷を予測し、水力、火力発電所の最適出力を前日にスケジュール計算するもので、瞬時経済負荷配分と区別して、短期経済負荷配分と呼ばれている。その後も短期経済負荷配分に、動的計画法(Dynamic Programming)⁽³¹⁾、線形計画法(Linear Programming)⁽³²⁾、最大原理(Maximum Principle)などの最適制御理論を適用する研究が行なわれているが、⁽³³⁾ 制約条件の取扱い方、計算量、収束性などの点から、もっぱらグラディエント法が用いられている。

対象とする電力系統も、流下時間遅れのある連接水系⁽³⁴⁾や揚水発電所を含む系統などの複雑な問題が研究されるようになってきた。⁽³⁵⁾

短期経済負荷配分装置は、1970年には北陸電力を除く電力各社に設置され、技術的に確立されたといつてよい。

(3) わが国における自動給電システム⁽²⁶⁾

世界各国において自動給電システムの開発が進められつつあり、新しいシステムほどすぐれた機能をもつようになってきているが、ここでは、わが国における自動給電設備について簡単に述べる。表3.1は、各電力会社に設置あるいは設置予定のデジタル計算機および主要設備をまとめたものである。各社における自動化の内容は、会社によっていくぶん異なるが、つぎのようなものとなっている。運用計画、周波数、有効電力制御、電圧・無効電力制御、状態監視・記録、信頼度チェック、事故処理法の判定表示など。

現在使用されている自動給電システムには、アナログ形制御装置とデジタル計算機を結合したハイブリッド形自動給電システム、デジタル計算機に制御機能をも持たせた全デジタル形自動給電システムがある。両者とも同じ制御効果をあげることができるが、制御機能の発展性の面では後者、制御の信頼性の面では前者がそれぞれすぐれている。このほか、自動給電業務と一般事務業務を1台の計算機で行なうトータルシステムも使用されているが、将来は、専用計算機を用いた自動給電システムが多くなってくるものとみられている。

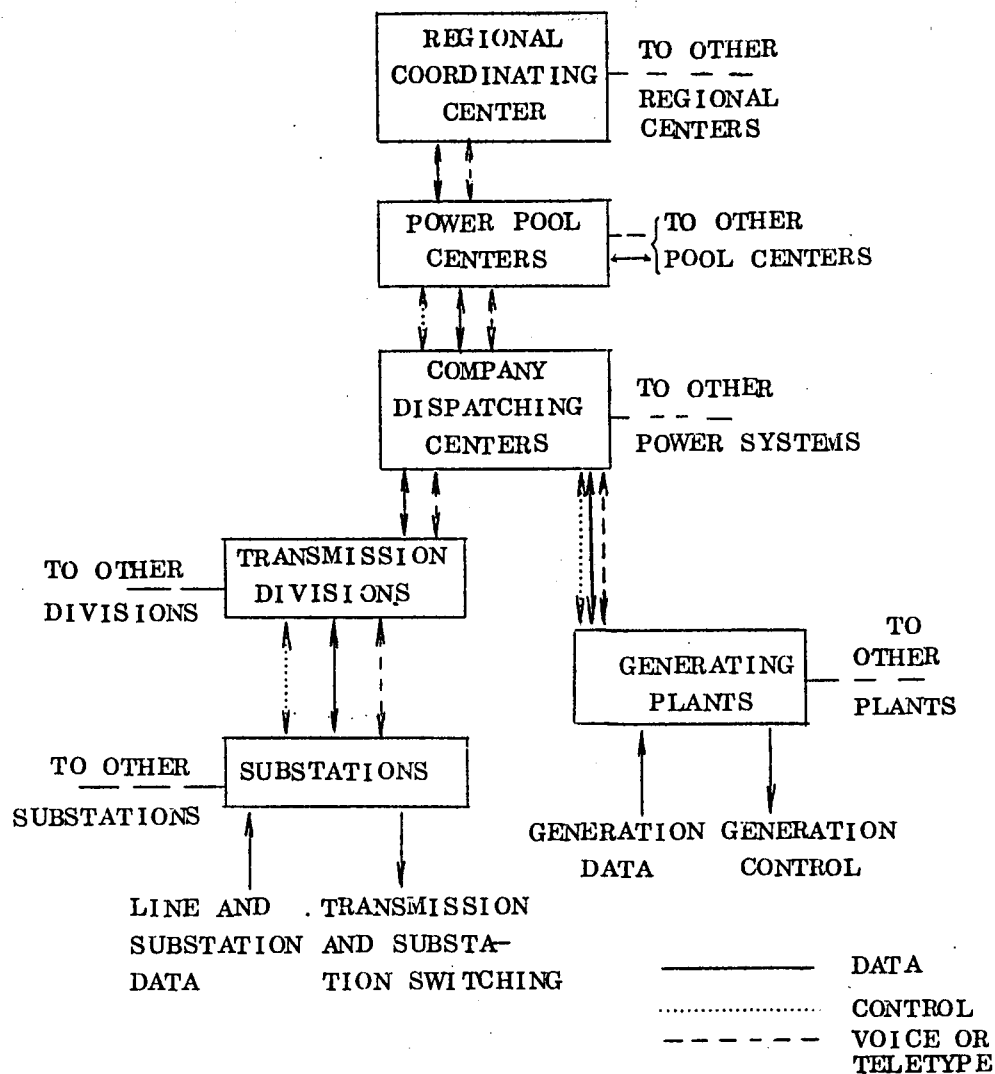
今後の自動化に関する課題としては、系統自動操作の採用、自動給電体系のありかたの検討、電力設備機器の特性改善、発電所の集中制御との協調、MISを含めた情報伝送系の確立などをあげることができる。

第 3.1 表 わが国電力会社における給電用電子計算機システム

電 力 会 社 名	計算制御方式	デ ィ ジ タ ル 計 算 機			そ の 他 主 要 装 置	備 考
		機 種	内 部 メ モ リ (k 語)	外 部 メ モ リ (k 語)		
北 海 道	ハイブリッド	TOSBAC-7000/20	32 (コア)	1024×2 (ディスク)	アナログ形 AFC アナログ形 EDC CRT	
東 北	ハイブリッド	HITAC-7250	32 (コア)	512 (ドラム)	アナログ形 AFC アナログ形 EDC CRT	45 年度下期運開
東 京	ハイブリッド	TOSBAC-7000/20	16 (コア)	1024 (ディスク)	アナログ形 AFC アナログ形 EDC CRT	
中 部	デジタル	TOSBAC-7000/20	32 (コア)	1024×2 (ディスク)	アナログ形 AFC CRT	45 年度下期運開
北 陸	デジタル	未 定	32 (コア)	1024 (ディスク)		46 年度運開
関 西	デジタル	IBM 360/50 HITAC-8300	65 (コア) 8 (コア)	約 2 億字 (ディスク)	デジタル形 AFC 自動汐流監視装置	トータルシステム
中 国	デジタル	HITAC-7250	16 (コア)	95 (ドラム)	データ交換装置	
四 国	ハイブリッド	TOSBAC-7000/60	24 (コア)	1024×2 (ディスク)	アナログ形 AFC CRT	
九 州	ハイブリッド	TOSBAC-3300/B	8 (コア)	42×2 (ドラム)	アナログ形 AFC アナログ形 EDC	46 年度上期より TOSBAC 7000/20 によるデジタル 方式に変更

3.1.2 総合自動給電システム⁽³⁶⁾

自動給電システムも高度に発達したところでは、終局的に階級構成をとるものと思われる。自動給電は、今後、経済運用に加えて信頼度制御を包含したものになるとされているが、Kirchmayerはこれを第3.1図に示すような階級構成が自動給電の将来の姿として掲げている。



第3.1図 自動給電の階級構成

(1) 変電所レベル (Substation Level)

このレベルの機能は

- (i) データ収集, ロギング, 動作シーケンス解析
- (ii) 機器のモニタリング
- (iii) 地域的停電の評価

(Ⅳ) 切替操作の実行

(Ⅴ) 保電リレーの設定のチェックと修正

(Ⅵ) 負荷遮断のパターンの修正(ユーザーに対する危険負担を均等にする)

変電所の規模が小さいときは、専用コントローラがテレメータと結びつけて用いられるが、比較的大きい変電所では制御用ミニコンピュータが用いられる。

(2) 制御所レベル(Division Level)

管轄区域内の変電所、送電機器に関する集中制御を行う。このレベルの機能は

(i) データ収集、ロギング、および動作シーケンス解析

(ii) 停電の評価

(iii) 切替操作の実行。現在の送配電状態を把握し偶発事故を予測するため、潮流計算、短絡計算のような解析プログラムを実行する。

(iv) 現在のリレーの設定値変更のデータの保守

(3) 会社またはパワープールレベル(Company, Power Pool Level)

このレベルでは、信頼度制御の他に経済運用が重要になってくる。このレベルの機能は

(i) データ収集とロギング

(ii) 負荷予測

(iii) 火力ユニットの起動停止スケジュール

(iv) 保守点検スケジュール

(v) 事故予防のための状態監視

(vi) 周波数制御、経済負荷配分、電力融通

(vii) 系統の電圧制御

(4) 地域協同体レベル(Regional Coordination Centers)

このレベルは時間単位の運転よりも週間、月間、年間の運用計画を立てる。

(i) 他の地域協同体との情報交換

(ii) 系統の過電圧、安定度の限界を予測するための負荷条件の評価

(iii) 広域運用方式、長期運用方式、火力年間定期点検スケジュールの立案

このように、電力系統の自動給電システムは、運用制御の対策を平常時だけでなく、事故時にまで広げ、各状態に応じた直接制御、最適制御、適応制御、運用スケジュールを行ってゆくことが必要であるとされているのであるが、今日の自動給電システムはごく1部

分に限られた機能のもので、今後のシステム工学的研究が待たれている。本章では、以下、広域運用制御方式、長期運用制御方式、火力起動停止方式、電圧無効電力制御方式につきシステム工学的技法の開発と検討結果につき述べる。

3.2 線形計画法による広域運用制御方式

3.2.1 概 要

近年、電力系統は連系化が進み、広域運営が積極的に進められて、設備投資の効率化や供給信頼度の向上が図られている。また広域運営の大きな目的の1つは、経済融通によって発電原価を低減せしめることであるが、このためには連系系統の自動給電方式、すなわち広域運用方式が確立されていなければならない。1920年代に米国において初まった系統連系は、今日米国全土、カナダの1部を含め全部で209の系統を連系し、その容量は2億1千万kwに達し米国全体の94%をしめるにいたっている。⁽³⁷⁾ このように連系が進められるのは経済融通による経済性の追及が第1ではあるが、1965年における米国東北部の大停電事故の後、系統の連系を強化することが、このような事故を防ぐ1つの解決策であると考えられるに至ったからでもある。ヨーロッパにおいても、1951年U.C.P.T.E. (Union for the Coordination of Production and Transport of Electricity)なる組織がつくられ、電力運営の国際協調が行われており、わが国では1958年電力各社間で広域運営の協定がかわされ、既設設備の総合運用、電源の総合経済的開発を目的に進められている。⁽³⁸⁾ なかでも電力融通は、わが国においては水力発電所の余剰水力の消化、貯水池の有効利用のため、火力発電所の高効率運転のため、また需給の安定化のために必要とされ強力に推進されている。広域経済運用方式は大別して中央集中制御方式と分散制御方式に分けることができる。前者は連系される各部分システムは計算装置を持たず、中央に大形の計算機を設置して全系統をあたかも1つの系統のように直接制御するものである。後者は各部分システムがそれぞれ計算装置を持ち、中央の計算装置は比較的小形のものにし、中央と部分で計算を分担し、全体としての最経済的な運用を行うものである。⁽³⁹⁾ 米国における連系系統は、数個の電力会社が連系して構成されたパワープール (Power Pool) と近接したいくつかのパワープールが連系した地域協同体 (Regional coordinating center) とがある。⁽⁴⁰⁾ パワープール内の最経済負荷配分制御は中央集中

制御方式をとっているが、地域協同体では、パワーブールの計算機を結んだ分散制御方式が適しているとされている。分散制御方式の方がテレメータ回線が減少すること、小規模の計算制御装置でよいなどの利点があるが、反面運用制御方式が複雑である。中央集中制御方式の運用制御理論は単独系統の経済負荷配分制御と同一であり、全システムをあかかも1つの系統として解いて結果として得られる連系線潮流が経済融通電力である。

分散制御方式はG E の Kirchmayer 等により最初に研究されている。⁽⁴¹⁾ これは系統が火力主体の系統の場合に、連系線の両側における増分費用が等しくなるように各系統で発電量を調整するのが最適であるとする協調方程式の原理に基いている。

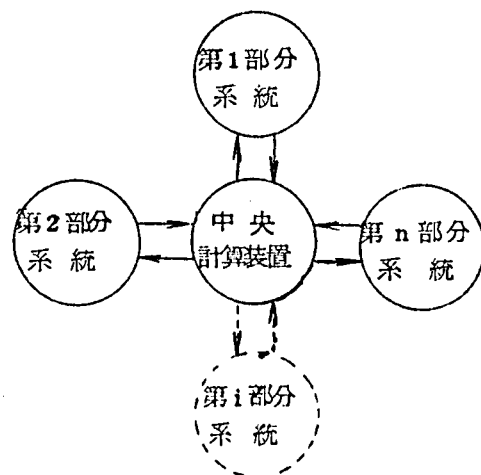
協調方程式は火力系だけの系統か、あるいは水力の時間的配分があらかじめ決まっている瞬時運用のレベルに適用できる方式である。しかし、水火併用系統では、連系された各システムの水力は最適な時間的配分と同時に各時間帯における融通電力を決めなければならない。水火併用系統の経済運用は発電所数×時間帯に比例した変数を扱うので、全系統をまとめて解こうとすると、計算量は非常に大きくなる。やはり、分散制御方式が望ましいのであるが、今までそのための理論は開発されていなかった。

われわれは、この問題が大規模なシステムの最適問題をいくつかのサブシステムに分解して逐次解く問題と同質のものであることに着目し線形計画法の分解原理が応用できることを明らかにし、数値的検討を行った。⁽⁴²⁾⁽⁴³⁾

線形計画法の分解原理は、1960年 G.B.Dantzig と P.Wolfe により開発された線形計画法の拡張手法であるが、⁽⁴⁴⁾ 全体の最適化をサブシステムの最適化の組合せで達成する理論として注目されていた。

3. 2. 2 線形計画法分解原理による計算方式

第3.2図のように、 n 個の互いに連系された系統からなる連系系統について定義された目的関数の最適化について考える。各系統の変数をそれぞれ $\underline{x}_1, \underline{x}_2, \dots, \underline{x}_n$ 、目的量をそれぞれ $f_1(\underline{x}_1), f_2(\underline{x}_2), \dots, f_n(\underline{x}_n)$ で表わす。 \underline{x}_i はベクトル表示で



第 3. 2 図 連系系統

$$\underline{X}_i = \begin{bmatrix} X_{i1} \\ X_{i2} \\ X_{i3} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

のように、いくつかの変数の組を表わすものとし、第 i 部分系統内の各火力発電所出力、各水力発電所出力、融通電力などに対応する。目的量 $f_i(\underline{X}_i)$ は変数ベクトル \underline{X}_i 空間内の凸領域 R_i で定義された凸関数であり、第 i 部分系統内の総火力発電コストに相当する。全系統の目的量 F は各部分系統の目的量の和

$$F = f_1(\underline{X}_1) + f_2(\underline{X}_2) + \cdots + f_n(\underline{X}_n) \quad (3.1)$$

で与えられる。各変数はそれが属する系統の制約条件を満たさなければならない。すなわち

$$\underline{X}_i \in R_i \quad (3.2)$$

R_i は火力発電所出力の上下限、水力発電所出力の上下限、水力の 1 日の総発電量、系統内の需給平衡条件などによる制約条件に対応する。

n 個の系統の連系状態は連系条件式

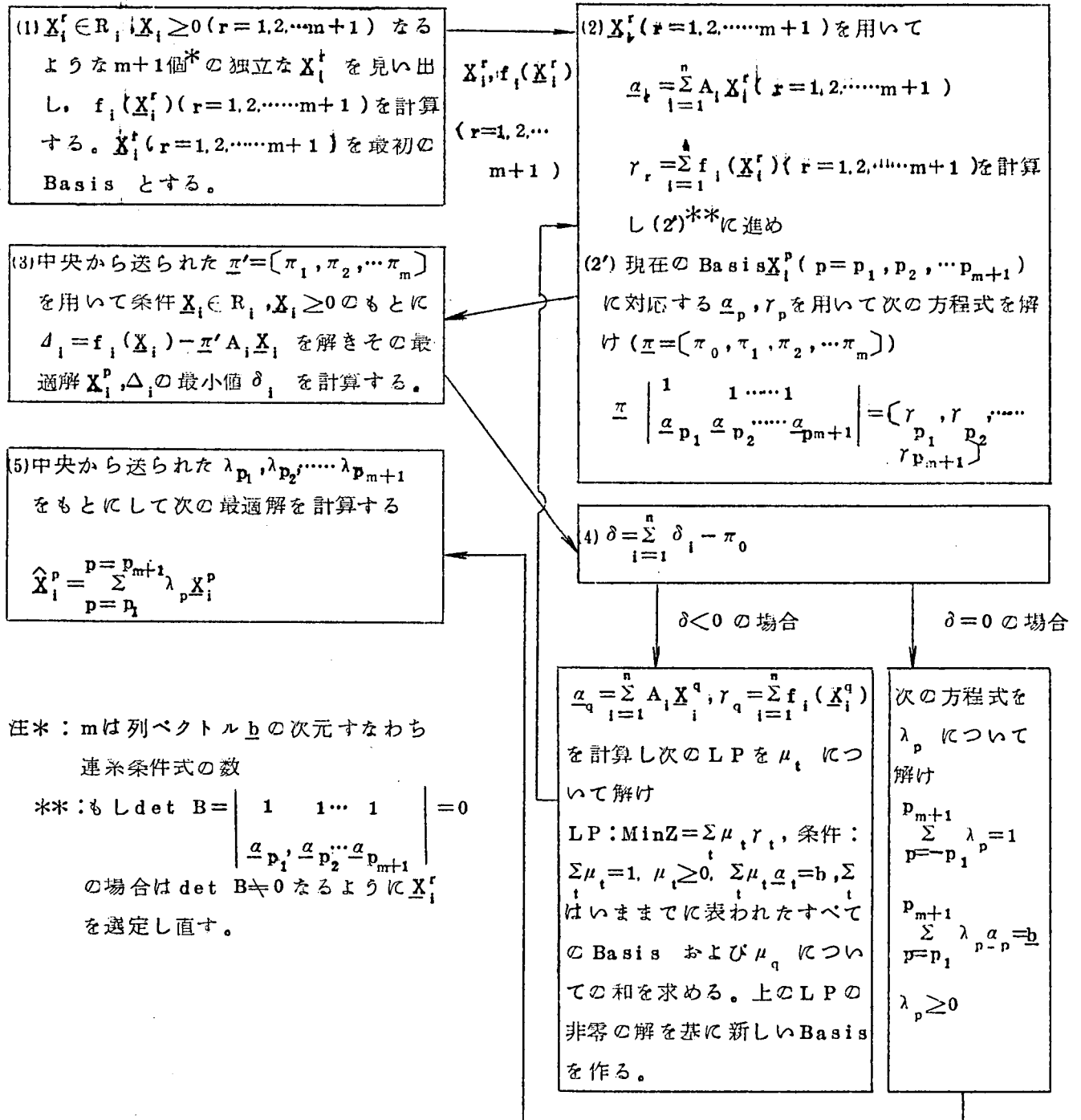
$$A_1 \underline{X}_1 + A_2 \underline{X}_2 + \cdots + A_n \underline{X}_n = \underline{b} \quad (3.3)$$

で表わすことができる。ここに A_i は変数ベクトル \underline{X}_i に関する係数行列、 \underline{b} は次元 m の定ベクトルで、 m は連系条件式の数である。連系条件式は各系統の融通電力の代数和は零であるという各時間の融通電力平衡式に相当し、 m は時間帯数 \times 連系点数に対応する。広域運用は (3.2), (3.3) 式を満足し、かつ (3.1) 式を最小にする変数 \underline{X}_i ($i=1 \sim n$) を見出すことを目的としている。

ここに述べる広域運用方式は中央計算装置で $\underline{X}_1, \underline{X}_2, \cdots, \underline{X}_n$ の全変数を同時に取り扱うのを避け、各部分系統が $\underline{X}_i \in R_i$ の条件のもとで目的量 $f(\underline{X}_i)$ を最小化できることを前提として、その情報を中央計算装置に伝達し、中央計算装置は各部分系統から送られた部分最適化の情報を基に調整計算して、各部分系統に調整指令を出し、中央計算装置と部分系統の間でこのように情報の交換を繰り返しながら全系統の最適値に到達するものである。すなわち、この方式は各部分系統で適当に解を選び出し、これの一次結合で得られる解が連系条件 (3.3) 式を満足するように一次結合の重み係数を決定し、一方この新しい解が全系統の最適状態を規定するように解の組合せを選び出すもので、これを中央計算装置およ

び部分系統で相互に助け合いながら達成するものである。

まず、本方式の計算手順を第 3.3 図のフローチャートを用いて説明する。



第 3.3 図 計算手順を示す構成図

第1段：部分系統

まず部分系統内の制約条件を満足する $(m+1)$ 個の独立な解 \underline{X}_i^r ($r=1, 2, \dots, m+1$)

$$\underline{X}_i^r \in R_i \quad \dots\dots\dots (3.4)$$

なる \underline{X}_i^r を求める。 \underline{X}_i^r は各系統内の制約条件 R_i を満足しなければならないが、その組合せである $(\underline{X}_1^r, \underline{X}_2^r, \dots, \underline{X}_{m+1}^r)$ は必ずしも連系条件 (3.3) 式を満足している必要はない。しかし $(m+1)$ 個の方程式

$$\left. \begin{aligned} \mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_{m+1} &= 1 \\ \mu_1 \underline{a}_1 + \mu_2 \underline{a}_2 + \dots + \mu_{m+1} \underline{a}_{m+1} &= \underline{b} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.5)$$

の解 $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{m+1}$ が正の値となり、かつ

$$\det \begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \underline{a}_1 & \underline{a}_2 & \dots & \underline{a}_{m+1} \end{vmatrix} \neq 0 \quad \dots\dots\dots (3.6)$$

なるように選ばなければならない。ここに \underline{a}_r は \underline{X}_i^r に対する連系条件式の値で $\underline{a}_r = \sum_{j=1}^n A_j \underline{X}_i^r$ である。

電力系統の連系条件は融通電力バランスであるから $\underline{b} = 0$ である。したがって、(3.5), (3.6) 式の条件を満足するためには、 $\beta \neq 0$ として

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \underline{a}_1 & \underline{a}_2 & \dots & \underline{a}_{m+1} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \dots 1 \\ -\beta & \beta & & \\ & -\beta & \beta & \\ & & & \ddots & \beta \\ -\beta & & & & \beta \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3.7)$$

なるように選ばばじゅうぶんである。ただし (3.7) 式の空欄はすべて零要素である。このとき (3.7) 式の解は

$$\mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_{m+1} = \frac{1}{m+1} \quad \dots\dots\dots (3.8)$$

$$\det \begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \underline{a}_1 & \underline{a}_2 & \dots & \underline{a}_{m+1} \end{vmatrix} = (m+1) \beta^m \neq 0 \quad \dots\dots\dots (3.9)$$

$\underline{a} = \sum_{i=1}^n A_i \underline{X}_i$ であるから、もし

$$A_1 \underline{X}_1^1 = \begin{bmatrix} -\beta \\ \vdots \\ -\beta \end{bmatrix} \quad A_1 \underline{X}_1^2 = \begin{bmatrix} \beta \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots A_1 \underline{X}_1^{m+1} = \begin{bmatrix} \beta \\ 0 \\ \vdots \\ \beta \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3.10)$$

なるように \underline{X}_1 の $(m+1)$ 個の値 \underline{X}_1^r ($r=1, 2, \dots, m+1$) を選ぶと、この $(m+1)$ 個の \underline{X}_1^r を第 1 部分系統の初期解 (初期基底解) とし、第 2 ~ 第 n の部分系統の初期解としては

$$\left. \begin{array}{l} A_i \underline{X}_i = 0 \\ \underline{X}_i \in R_i \\ \underline{X}_i \geq 0 \end{array} \right\} (i=2, \dots, n) \quad (3.11)$$

を満足する任意の \underline{X}_i を一つずつ求めておけばよい。

いま、求めた \underline{X}_1^r に対して各部分系統の目的量 $f_i(\underline{X}_1^r)$ を計算し、 $(m+1)$ 個の \underline{X}_1^r と $(m+1)$ 個の $f_i(\underline{X}_1^r)$ を中央計算装置に送り、これを最初の解の組合せ (基底解) とする。ただし m は連系条件式の数である。中央計算装置に伝達する \underline{X}_1^r は $A_i \underline{X}_1^r$ に変換して伝達してもよい。

第 2 段：中央計算装置

基底解となる解を \underline{X}_i^p ($p=p_1, p_2, \dots, p_{m+1}$) で表わすものとし、次の一次方程式を $\underline{\pi} = [\pi_0, \underline{\pi}'] = [\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_m]$ について解く。

$$[\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_m] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \alpha_{p1} & \alpha_{p2} & \dots & \alpha_{p_{m+1}} \end{bmatrix} = [\gamma_{p1}, \gamma_{p2}, \dots, \gamma_{p_{m+1}}] \quad (3.12)$$

ここに α_p は n 次元の列ベクトルで次式で与えられる。

$$\alpha_p = A_1 \underline{X}_1^p + A_2 \underline{X}_2^p + \dots + A_n \underline{X}_n^p = \sum_{i=1}^n A_i \underline{X}_i^p \quad (3.13)$$

($p=p_1, p_2, \dots, p_{m+1}$)

また、

$$\gamma_p = f_1(\underline{X}_1^p) + f_2(\underline{X}_2^p) + \dots + f_n(\underline{X}_n^p) = \sum_{i=1}^n f_i(\underline{X}_i^p) \quad (3.14)$$

($p=p_1, p_2, \dots, p_{m+1}$)

(3.12) 式の連立一次方程式を解かなければならない。

第 3 段：部分系統

中央から送られた $\underline{\pi}'$ に基づいて次式の関数

$$d_i = f_i(\underline{X}_i) - \underline{\pi}' A_i \underline{X}_i \quad (3.15)$$

をつくり、これを $\underline{X}_i \in R_i$ のもとで最小化し、その最適解 $\underline{X}_i^q, f_i(\underline{X}_i^q)$ および d_i の最

* $\pi_1 \sim \pi_m$ は各連系点各時点における火力増分燃料費に相当する。

小値 δ_i を中央計算装置に送る。

$$\delta_i = f_i(\underline{X}_i^q) - \pi' A_i \underline{X}_i^q = \text{MIN } d_i \quad (3.16)$$

$$\underline{X}_i^q \in R_i$$

この最小化計算は、それが所属する系統の変量を取り扱うものであるから、既存の最適化装置、たとえば ELD を利用することができる。

第4段：中央計算装置

各部分系統から送られた δ_i をもとにして

$$\delta = \sum_{i=1}^n \delta_i - \pi_0 \quad (3.17)$$

を計算する。

(1) $\delta < 0$ の場合

各部分系統から送られた \underline{X}_i^q (または $A_i \underline{X}_i^q$), $f_i(\underline{X}_i^q)$ を基にして

$$\underline{a}_q = A_1 \underline{X}_1^q + A_2 \underline{X}_2^q + \cdots + A_n \underline{X}_n^q \quad (3.18)$$

$$r_q = f_1(\underline{X}_1^q) + f_2(\underline{X}_2^q) + \cdots + f_n(\underline{X}_n^q) \quad (3.19)$$

を求め、さらにこれを基にして次の線形計画問題を μ_t について解く。すなわち

$$Z = \sum_t \mu_t r_t \quad (3.20)$$

を

$$\left. \begin{array}{l} \sum_t \mu_t = 1, \mu_t \geq 0 \\ \sum_t \mu_t \underline{a}_t = \underline{b} \end{array} \right\} \quad (3.21)$$

のもとで最小にする。ただし、上式で \sum はこれまでに現われたすべての基底解および新しく導入された μ_q について和を求めるものとする。

上の線形計画問題を解いて得た $(m+1)$ 個の零でない μ_t , すなわち μ_p ($p = p_1, p_2, \dots, p_{m+1}$) をもとにして新しい基底解 \underline{X}_i^p ($p = p_1, p_2, \dots, p_{m+1}$) を設定する。この基底解を用いて第2段にもどり同じ操作を繰り返して $\delta = 0$ となるまで続ける。

(2) $\delta = 0$ の場合

次の方程式を λ_p ($p = p_1, p_2, \dots, p_{m+1}$) について解き、この値を各部分系統に送る。

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{p=p_1}^{p_{m+1}} \lambda_p = 1 \quad (\lambda_p \geq 0) \\ \sum_{p=p_1}^{p_{m+1}} \lambda_p \underline{a}_p = \underline{b} \end{array} \right\} \quad (3.22)$$

第 5 段：部分系統

中央から送られた $(m+1)$ 個の λ_p ($p=p_1, p_2, \dots, p_{m+1}$) を基にして次の \underline{X}_i を計算する。

$$\hat{\underline{X}}_i = \sum_{p=p_1}^{p=p_{m+1}} \lambda_p \underline{X}_i^p \quad (3.23)$$

$\hat{\underline{X}}_i$ が求める最適解であり、目的量の最小値は

$$F = \sum_{i=1}^n f_i(\hat{\underline{X}}_i) \quad (3.24)$$

で与えられる。

3.2.3 数値解析法

この計算方式を数値的に検討するために、われわれはまず 1 台の大形計算機に中央および部分の計算を行なわせることにし、そのためのプログラムを開発した。このプログラムは大別して、上記計算のためのメインプログラムと次の三つのサブルーチンからなっている。

- (1) 中央における連立一次方程式を解く消去法サブルーチン
- (2) 部分系統における最適計算を行なう上限付シンプレックス法サブルーチン⁽⁴⁶⁾
- (3) 中央における線形計画法を解く改訂シンプレックスサブルーチン⁽⁴⁷⁾

連立一次方程式は第 2 段において π を求めるときと、第 4 段で $\delta = 0$ の場合に λ_p ($p=p_1, \dots, p_{m+1}$) を求める場合に解く必要がある。このために消去法サブルーチンを用いることにする。

部分系統の最適計算は原理的には任意の最適化手法を用いてよいのであるが、ここでは線形計画法を採用することになっている。一般には部分系統に線形計画法を用いるのは必ずしも得策ではない。

しかし、この広域運用方式は線形計画法の分解原理を基本とするものであるから、ここでは解の吟味に最も適した上限付シンプレックス法を適用することになっている。この方法は変数の上限制限条件を制限条件式に組み込まず、シンプレックス計算手順中に考慮するものであるから、記憶容量の圧縮と計算時間の短縮にたいへん効果がある。部分系統の計算は部分系統の数だけ行なわなければならないので、これもサブルーチンとして何回も使用できるように、プログラム化されている。

中央の線形計画法は改訂シンプレックス法をサブルーチンとして用いる。(3.20),(3.21)式ではいままでに導入されたすべての a_i を保存しなければならないが、改訂シンプレックス法は Initial Tableau が保存されるのでつごうがよいからである。第3.4図にフローチャートを示す。以下各ステップを説明する。

ステップ1：「各部分系統の諸定数の読み込み」

- (1) 部分系統の総数、全時間帯数
- (2) 各部分系統の水力、火力発電所数
- (3) 各部分系統、各時間帯の需用電力
- (4) 各部分系統、各水力発電所の1日の総発電電力
- (5) 各部分系統、各水力発電所の出力上下限
- (6) 各部分系統、各火力発電所の出力上下限
- (7) 各部分系統、各火力発電所の燃料費係数

ステップ2：「解の組数セット」

$$R = m + 1 \quad (3.25)$$

連系条件式は各時間帯の融通電力平衡式とするから m は全時間帯数である。

ステップ3：「各部分系統の初期解の読み込み」

- (1) 各部分系統、各時間帯の融通電力を R 組
- (2) 各部分系統、各時間帯の水力出力を R 組
- (3) 各部分系統、各時間帯の火力出力を R 組

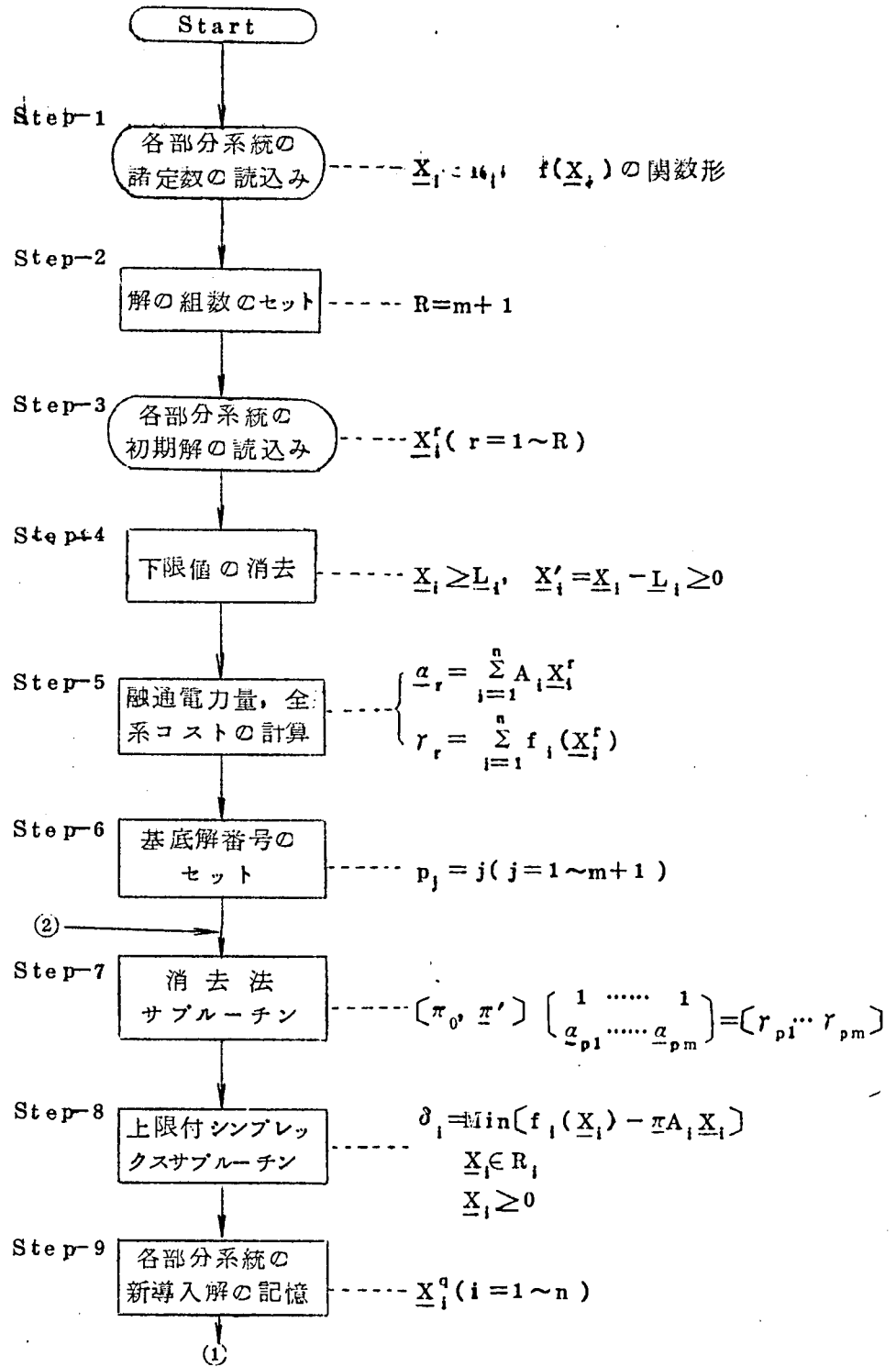
ステップ4：「下限値の消去と上限値の修正」

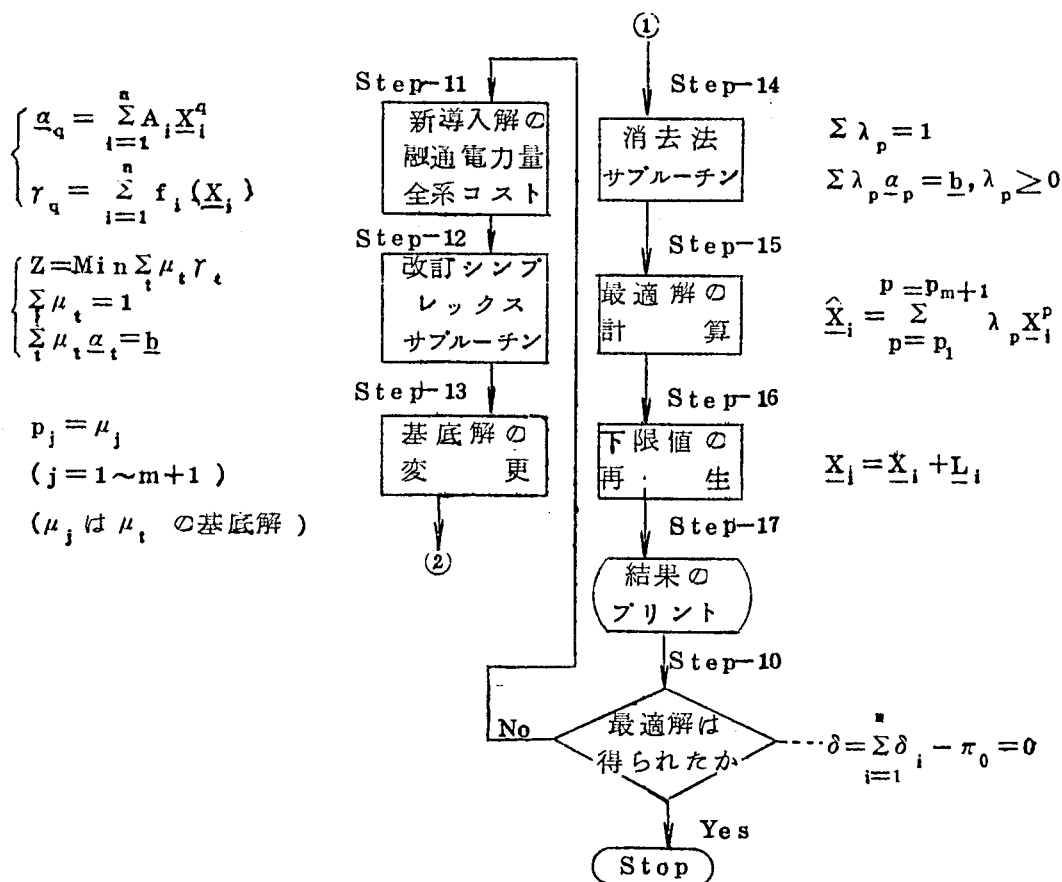
変数 X_i は $U_i \geq X_i \geq L_i$ なる上下限を持っているが、LPのサブルーチンにのせるため

$$\left. \begin{array}{l} X_i - L_i \rightarrow X_i \\ U_i - L_i \rightarrow U_i \end{array} \right\} \quad (3.26)$$

なる変数交換を行なう。この変換にしたがって各種のデータも変換しなければならない。

すなわち





第 3.4 図 フローチャート

- (1) 各部分系統、各時間帯の水力、火力出力の下限値の消去と上限値の修正。
- (2) 各部分系統、各時間帯の需用電力の修正。
- (3) 各部分系統、各水力出力の 1 日の総出力の修正。

ステップ 5 : 「融通電力量、全コストの計算」

融通電力量、全系コストの計算結果は改訂シンプレックスサブルーチンの Original matrix に記憶する。

$$\begin{bmatrix} r_1 & r_2 & \dots & r_{m+1} \\ 1 & 1 & \dots & 1 \\ \underline{a}_1 & \underline{a}_2 & \dots & \underline{a}_{m+1} \end{bmatrix} \dots \dots \dots (3.27)$$

ステップ6：「基底解番号のセット」

最初の基底解番号 ($r=1\sim R$) を Basis description p_j ($j=1\sim R$) にセットする。

$$p_j = j \quad (j=1\sim R) \quad \dots\dots\dots (3.28)$$

ステップ7：「消去法サブルーチン」

$$[\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_m] \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \alpha_{p_1} & \alpha_{p_2} & \dots & \alpha_{p_{m+1}} \end{bmatrix} = [\gamma_{p_1}, \gamma_{p_2}, \dots, \gamma_{p_{m+1}}] \quad \dots\dots\dots (3.29)$$

から $[\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_m]$ を求めるために、消去法サブルーチンを用いる。

ステップ8：「上限付シンプレックス法サブルーチン」

$$\left. \begin{array}{l} (1) \text{ 目的関数 } \text{MIN}[f(\underline{X}_1) - \pi' \underline{A}\underline{X}_1] \\ (2) \text{ 制限条件 } \underline{X}_1 \in R_1, \underline{X}_1 \geq 0 \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.30)$$

需給平衡の関係式、水力の1日の全出力、変数の上限値がこれに相当する。

ステップ9：「各部分系統の新導入解の記憶」

まず $R=R+1$ としておき、前ステップで求めた解を \underline{X}_1^R として記憶する。

ステップ10：「最適解は得られたか」

$$\delta = \sum_{i=1}^n \delta_i - \pi_0 \quad \dots\dots\dots (3.31)$$

$\delta = 0$ 最適解である。

$\delta < 0$ 最適解でない。

ステップ11：「新導入解の融通電力量、全系コスト」

改訂シンプレックス法の Original matrix に記憶する。

ステップ12：「改訂シンプレックスサブルーチン」

Original matrix はステップ5、ステップ11ですでに構成されている。Matrixの columnは繰返し計算ごとに一つずつ増加するので、Original matrix の columnは最大

数を見積ってリザーブしておく。

ステップ 13: 「基底解の変更」

改訂シンプレックス法の非零解の番号をもとに連系統の Basis description を変更する。

ステップ 14: 「消去法サブルーチン」

$$\left. \begin{array}{l} \sum \lambda_p = 1 \\ \sum \lambda_p a_p = b \end{array} \right\} \dots\dots\dots (3.32)$$

を解き、 $\lambda_p \geq 0$ を求める。

ステップ 15: 「最適解の計算」

前のステップで計算した λ_p を用いて最適解を

$$X_i = \sum_{p=p_1}^{p=p_{m+1}} \lambda_p X_i^p \dots\dots\dots (3.33)$$

により計算する。

ステップ 16: 「下限値の再現」

最適解の下限値を

$$\hat{X}_i + L_i \rightarrow \hat{X}_i \dots\dots\dots (3.34)$$

により再現する。

ステップ 17: 「結果のプリント」

各部分系統，各時間帯の融通電力

各部分系統，各時間帯の水力出力

各部分系統，各時間帯の火力出力

および全系統の燃料費 F である。

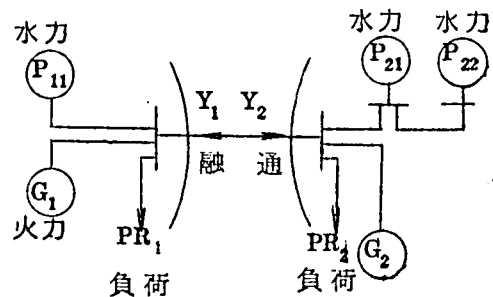
3.2.4 モデル系統による試算とその検討

第3.5図に示すような簡単なモデル系統を作成して数値計算を行なった。このモデル系統作成にあたっては次のような事項に留意した。

(1) 簡単のため連系系統数は2系統とし、時間帯数も6時間帯としている。

(2) 制限条件として需給平衡のほか、各発電所出力の上下限、水力発電所の1日の総発電量を考慮している。

(3) 非線形特性としては火力発電コスト特性を折線近似で取り扱うが、送電損失は考慮しない。



第3.5図 モデル系統

<1> 連系条件式

$${}_k Y_1 + {}_k Y_2 = 0 \quad (3.35)$$

${}_k Y_1, {}_k Y_2$: 第 k 時間帯における第1系統, 第2系統の融通電力

<2> 需給平衡の関係式と需用電力

$${}_k PR_1 = {}_k G_1 + {}_k P_{11} + {}_k Y_1 \quad (3.36)$$

$${}_k PR_2 = {}_k G_2 + {}_k P_{21} + {}_k P_{22} + {}_k Y_2 \quad (3.37)$$

${}_k PR_1, {}_k PR_2$: 第 k 時間帯における第1系統, 第2系統の需用電力

${}_k G_1, {}_k G_2$: 第 k 時間帯における第1系統, 第2系統の火力出力

${}_k P_{11}$: 第 k 時間帯における第1系統の水力出力

${}_k P_{21}, {}_k P_{22}$: 第 k 時間帯における第2系統の第1水力出力, 第2水力出力

第3.2表に需用電力を示す。

<3> 水力発電所

第1系統

1日の総発電電力:

$$\sum_{k=1}^6 {}_k P_{11} = 1.251 \text{ (MWh)} \quad (3.38)$$

第 3. 2 表 需 用 電 力

時間帯	PR ₁ (MW)	PR ₂ (MW)	PR ₁ +PR ₂ (MW)
1	202	509	711
2	270	762	1,032
3	452	1,286	1,738
4	445	1,201	1,646
5	463	1,303	1,766
6	355	956	1,311
計	2,187	6,017	8,204

最大出力：

$$\underline{P}_{11} = 313 \text{ (MW)} \quad \dots\dots\dots (3.39)$$

最小出力：

$$\underline{P}_{11} = 63 \text{ (MW)} \quad \dots\dots\dots (3.40)$$

第 2 系統

1 日の総発電電力：

$$\sum_{k=1}^6 P_{21} = 1,592 \text{ (MWh)} \quad \dots\dots\dots (3.41)$$

$$\sum_{k=1}^6 P_{22} = 925 \text{ (MWh)} \quad \dots\dots\dots (3.42)$$

最大出力：

$$\overline{P}_{21} = 519 \text{ (MW)} \quad \dots\dots\dots (3.43)$$

$$\overline{P}_{22} = 251 \text{ (MW)} \quad \dots\dots\dots (3.44)$$

最小出力：

$$\underline{P}_{21} = 110 \text{ (MW)} \quad \dots\dots\dots (3.45)$$

$$\underline{P}_{22} = 48 \text{ (MW)} \quad \dots\dots\dots (3.46)$$

< 4 > 火力発電所

第 1 系統

最大出力：

$$\bar{G}_1 = 216 \text{ (MW)} \quad (3.47)$$

最小出力：

$$\underline{G}_1 = 0 \quad (3.48)$$

第 2 系統

最大出力：

$$\bar{G}_2 = 852 \text{ (MW)} \quad (3.49)$$

最小出力：

$$\underline{G}_2 = 0 \quad (3.50)$$

< 5 > 発電コスト特性

第 1 系統

$${}_k F_1 = 2.20 {}_k G_1 - 3.302 \times 10^{-3} {}_k G_1^2 + 2.334 \times 10^{-5} {}_k G_1^3 \quad (3.51)$$

第 2 系統

$${}_k F_2 = 2.65 {}_k G_2 - 4.161 \times 10^{-3} {}_k G_2^2 + 3.913 \times 10^{-5} {}_k G_2^3 \quad (3.52)$$

${}_k G_1, {}_k G_2$ の単位は MW, ${}_k F_1, {}_k F_2$ の単位は千円。

なお、これは第 3.6 図のように折線近似して表わす。すなわち

$${}_k G_1 = {}_k u_1 + {}_k v_1 \quad (3.53)$$

$$0 \leq {}_k u_1 \leq 125 \text{ (MW)} \quad (3.54)$$

$$0 \leq {}_k v_1 \leq 91 \text{ (MW)} \quad (3.55)$$

$${}_k G_2 = {}_k u_2 + {}_k v_2 + {}_k w_2 \quad (3.56)$$

$$0 \leq {}_k u_2 \leq 300 \text{ (MW)} \quad (3.57)$$

$$0 \leq {}_k v_2 \leq 300 \text{ (MW)} \quad (3.58)$$

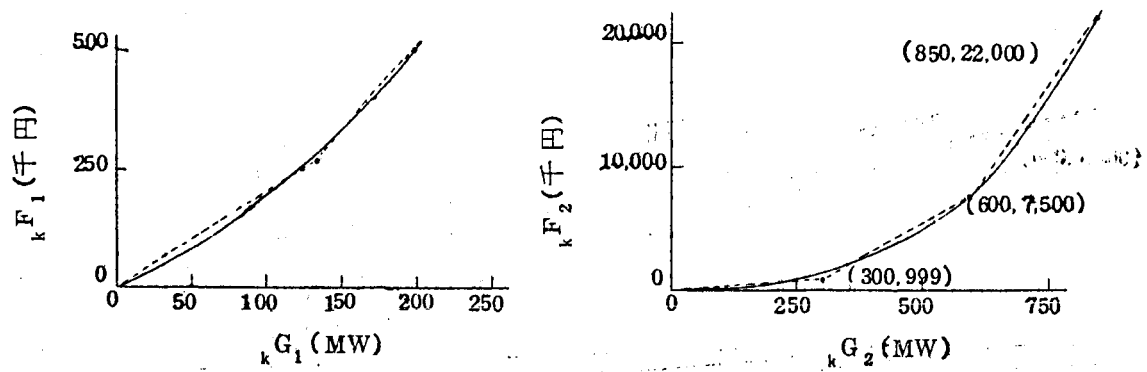
$$0 \leq {}_k w_2 \leq 252 \text{ (MW)} \quad (3.59)$$

$${}_k F_1 = 2.0 {}_k u_1 + 3.3 {}_k v_1 \text{ (千円)} \quad (3.60)$$

$${}_k F_2 = 3.33 {}_k u_2 + 2.17 {}_k v_2 + 5.80 {}_k w_2 \text{ (千円)} \quad (3.61)$$

< 6 > 初期解

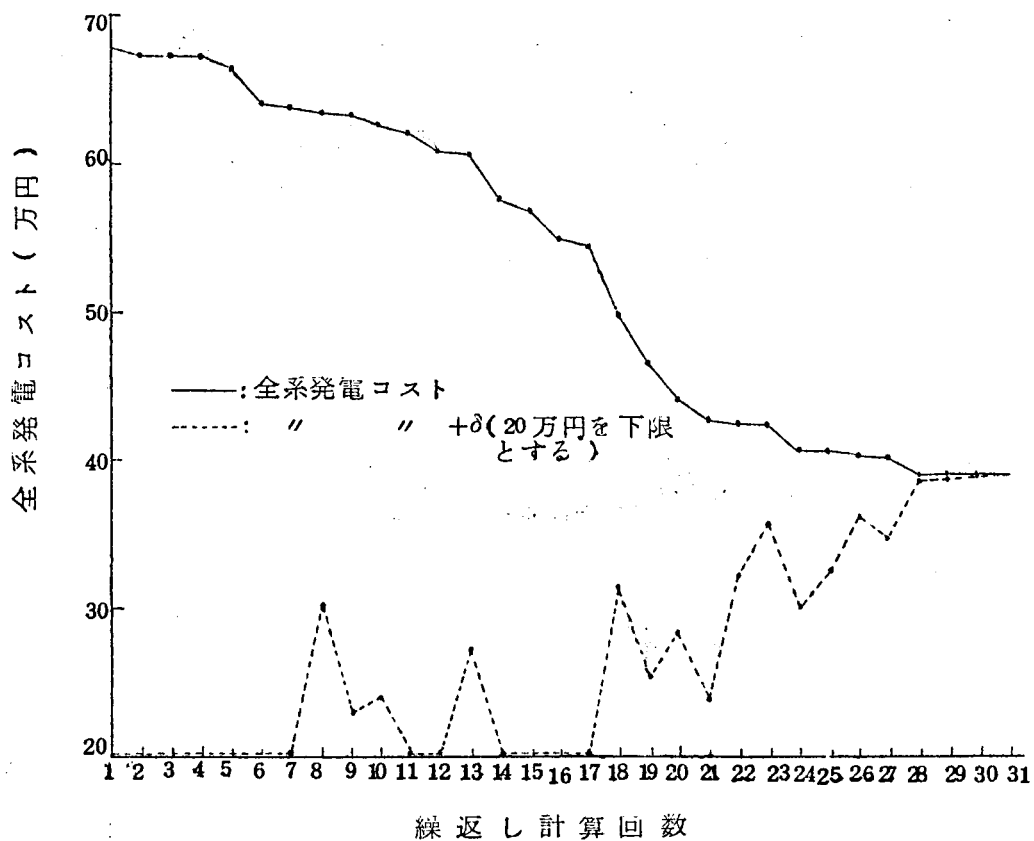
第 3.2.2 節の第 1 段一部分系統の項で述べたような初期解の選び方によって、このモデル系統の初期解を求めると第 3.3 表をうる。



第 3.6 図 火力発電コスト特性の折線近似

< 7 > 全系発電コスト収束曲線

第 3.7 図に全系の発電コストの収束状態を示す。なお図には発電コストと δ の和も同時にプロットしてある。これは 20 万円以下のものは 20 万円としてプロットしている。



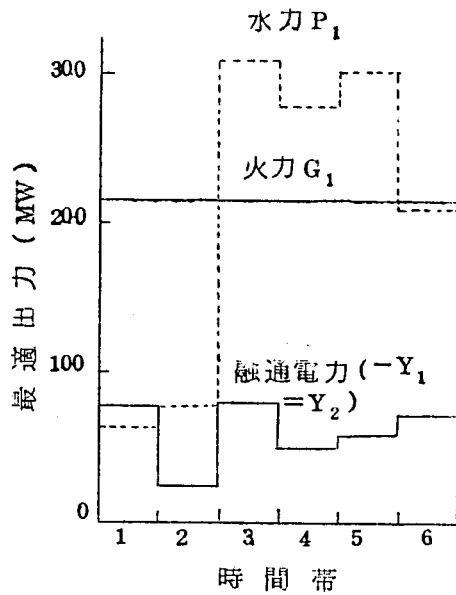
第 3.7 図 全系発電コスト収束曲線

< 8 > 最適解

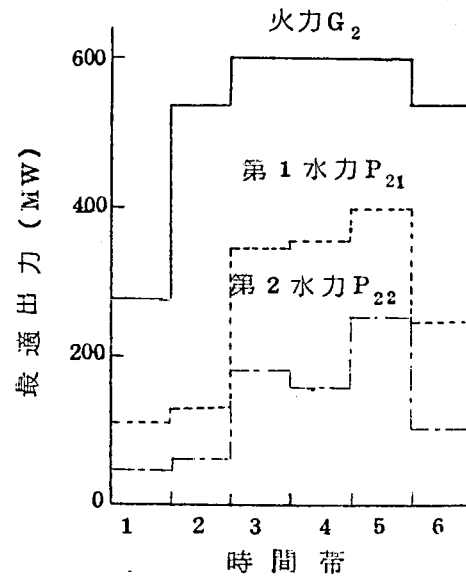
第 3.8 図：第 1 系統の最適出力と最適融通電力を示す。

第 3.3 表 初 期 解 一 覽 表

	融 通 電 力						火 力 出 力						水 力 出 力							f_1 (\underline{X}_1^r)					
	$1Y_1$	$2Y_1$	$3Y_1$	$4Y_1$	$5Y_1$	$6Y_1$	$1G_1$	$2G_1$	$3G_1$	$4G_1$	$5G_1$	$6G_1$	$1P_1$	$2P_1$	$3P_1$	$4P_1$	$5P_1$	$6P_1$							
\underline{X}_1^1	-50	-50	-50	-50	-50	-50	189	216	211	204	200	216	63	104	291	291	313	189		3116.3					
\underline{X}_1^2	50	0	0	0	0	0	89	207	139	132	150	169	63	63	313	313	313	186		1998.1					
\underline{X}_1^3	0	50	0	0	0	0	139	157	139	132	150	169	63	63	313	313	313	186		1948.8					
\underline{X}_1^4	0	0	50	0	0	0	139	207	89	132	150	169	63	63	313	313	313	186		1998.1					
\underline{X}_1^5	0	0	0	50	0	0	139	207	139	82	150	169	63	63	313	313	313	186		2007.2					
\underline{X}_1^6	0	0	0	0	50	0	139	207	139	132	100	169	63	63	313	313	313	186		1983.8					
\underline{X}_1^7	0	0	0	0	0	50	139	207	139	132	150	119	63	63	313	313	313	186		1959.1					
	融 通 電 力						火 力 出 力						第 1 水 力 出 力						第 2 水 力 出 力						f_2 (\underline{X}_2^r)
	$1Y_2$	$2Y_2$	$3Y_2$	$4Y_2$	$5Y_2$	$6Y_2$	$1G_2$	$2G_2$	$3G_2$	$4G_2$	$5G_2$	$6G_2$	$1P_{21}$	$2P_{21}$	$3P_{21}$	$4P_{21}$	$5P_{21}$	$6P_{21}$	$1P_{22}$	$2P_{22}$	$3P_{22}$	$4P_{22}$	$5P_{22}$	$6P_{22}$	
\underline{X}_2^1	0	0	0	0	0	0	148	401	852	679	736	684	110	110	183	446	519	224	251	251	251	76	48	48	65642.5
\underline{X}_2^2	0	0	0	0	0	0	148	401	852	679	736	684	110	110	183	446	519	224	251	251	251	76	48	48	65642.5
\underline{X}_2^3	0	0	0	0	0	0	148	401	852	679	736	684	110	110	183	446	519	224	251	251	251	76	48	48	65642.5
\underline{X}_2^4	0	0	0	0	0	0	148	401	852	679	736	684	110	110	183	446	519	224	251	251	251	76	48	48	65642.5
\underline{X}_2^5	0	0	0	0	0	0	148	401	852	679	736	684	110	110	183	446	519	224	251	251	251	76	48	48	65642.5
\underline{X}_2^6	0	0	0	0	0	0	148	401	852	679	736	684	110	110	183	446	519	224	251	251	251	76	48	48	65642.5
\underline{X}_2^7	0	0	0	0	0	0	148	401	852	679	736	684	110	110	183	446	519	224	251	251	251	76	48	48	65642.5



第 3.8 図 第 1 系統最適出力



第 3.9 図 第 2 系統最適出力

第 8.9 図：第 2 系統の最適出力を示す。

<9> 基底解の組合せ

第 3.4 表は収束計算の過程において用いられた基底解の組合せを一覧表に示したものである。表中の基底解番号は初期解として入力データとした 7 組の基底解を 1～7 とし、各繰返し計算で新たに導入される基底解を順次 8～37 としている。

第 3.4 表 基底解組合せ一覧表

繰返し計算回数		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
基底解番号	1	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
2	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
3	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
4	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
5	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
6	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
7	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
8	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
9	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
10	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
11	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
12	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
13	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
14	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
15	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
16	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
17	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
18	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
19	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
20	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
21	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
22	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
23	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
24	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
25	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
26	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
27	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
28	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
29	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
30	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
31	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
32	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
33	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
34	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
35	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
36	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
37	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●

<10> 計算規模

この計算には IBM 7090 を用いたが、使用した記憶容量は第 3.5 表のとおりである。

(1) 中央と部分で必要とする記憶容量

上記の計算にあたっては中央の計算と部分系統の計算を同一計算機内部で行なっているため、実際に中央と部分の計算を別の計算機で行なった場合に必要となる記憶容量の数は必ずしも明らかでないが、第 3.5 表から類推すると時間帯数を 6、発電所数を 2～3 とし

第 3.5 表 計算機記憶容量一覧表 (単位:語)

	メインプログラム	消去法サブ ルーチン	改訂シンブ レックス法 サブルーチ ン	上限付シン ブレックス 法サブルー チン	-
インストラ クション	1,970	181	352	712	3,215
デ ー タ	4,413	7	411	1,009	5,840
計	6,383	188	763	1,721	9,055

注: (1) メインプログラムのデータは主として7個の初期解 \underline{X}_1^r と引続きつくり出された $\underline{X}_1^q, \underline{X}_2^q$ ($q=8 \sim 31$) の記憶に用いられた。

(2) 改訂シンブレックス法のデータは大部分シンブレックステープル(270)である。

(3) 上限付シンブレックス法のデータは大部分シンブレックステープル(826)である。

(4) この表にはパッケージサブルーチン、システムプログラムは含まれていない。

てだいたい次のようになる。

中央: 約 3,000 語

部分: 約 2,000 語

ただし、各繰返し計算でつくられる \underline{X}_1^q は記憶しないが、中央で \underline{a}_q, r_q に集約して記憶する。

(2) 時間帯の数がふえれば当然上述の数字もふえるが、どの程度にふえるかは個々の場合に検討しなければならない。ただし、24時間帯になっても現用の国産中形計算機ならば、中央の計算に関する限りじゅうぶん処理できる程度のものである。なお、各部分系統の発電所数の増加は、直接には中央の計算規模に影響を及ぼさない。

(3) 部分系統の計算装置は、基本的には自系統のELD計算装置と同規模のものでよい。

(4) 最終的に各部分系統の最適解を出すためには各繰返し計算でつくり出された \underline{X}_1^q をすべて必要としているが、これは繰返し計算が終了したときに、初めてただ1回だけ必要となるだけであるから、計算のつど磁気テープなどの外部記憶装置に記憶させておけばよいので、計算機の内部記憶容量はこの分だけ節約することができる。あるいはまた、 \underline{X}_1^q は全く記憶せず、最後に最適の融通単価 π が求まった後、この π を用いてもう一度ELD計算を行なって最適解を求めることもできる。

(5) 上述の計算で各繰返し計算は平均 11 秒を要したが、その内訳は次のようである。

中央の計算：2 秒

部分系統計算：2 秒×2 系統＝4 秒

磁気テープ書込み：約 5 秒

<11> 収束性

今回の計算では、 $\delta = 0$ になるまでに 31 回の繰返し計算を要している。この限りでは本方式の収束性はよいとはいえないが、すでに述べた結果からも明らかなように、最初に選んだ初期解に対する発電コストが、最適解の約 2 倍というような初期解から出発したことも大きな理由になっていると思われる。実際には運用実績を初期解に選ぶから、収束性も相当改善されるものと思われる。

<12> 検討結果のまとめ

本研究は、線形計画法の分解原理を理論的基礎とする電力系統の広域運用方式を、モデル系統を用いて数値的検討を行なったものである。本研究によって、わが国の実状に適した広域運用方式として

(1) 水火併用系統にも適用できること。

(2) 各部分系統が既設の ELD 装置を利用できること。

を特徴とする分散制御方式を確立した。

もちろん本方式は火力系統にもそのまま適用することができ、その場合は従来アメリカで開発された等増分燃料費方式と全く同一になり、これをその特別の場合として含んでいる。

数値検討の結果、本方式は分散方式の特徴として、中央、部分ともに通常規模の計算装置で処理できることが確認できた。計算時間に関しては、データ伝送時間と収束性の検討が今後の課題として残されているが、本研究によって、実用性と経済性の面で有効な広域運用方式を開発する見通しと裏づけを得た。

3.3 動的計画法による長期運用制御方式

3.3.1 概要

年間における経済運用は、長期、短期、瞬時の3種類の運用が相互に関連を持ち、協調のとれた形で運用されることが必要である。一般にいて、水火力併用系統の経済運用は「水力系において溢水をなくし、かつ高水位運転を行ない、火力系において総合効率のよいものを優先して並列し、増分効率のよいものを優先して多く負荷させる。」ことにつぎ、水力系は溢水なしに高水位運転という相矛盾する命題の運用が必要とされ、河川出水および負荷の不確定変動を考慮しなければならない。

負荷、河川出水の予測は予測時点より遠ければ遠いほど予測精度は落ちるので、長期運用においては確率的な取扱いによる期待費用最小の運用計画をたて、短期、瞬時運用になるにしたがい、精度の高い予測値を逐次求めつつ、長期運用計画に合致するよう決定論的な計画計算をくり返していく必要がある。⁽⁴⁸⁾

長期運用方式に関する最初のシステム工学的な研究は、1955年におけるJ.D.C.Littleによる確率的な動的計画法を用いた、貯水池運用計画の研究である。⁽⁴⁹⁾ わが国では1962年電力中研が中心になった系統運用委員会が同じく確率的な動的計画法を用いる方式を詳細に研究している。⁽²⁵⁾ この研究は、貯水池が1つの場合のモデル系統を用いて計算し、確率的運用を求めている。この研究では確率的動的計画法の数値計算法、予測誤差があった場合の修正ルールを求める方法、および、河川の出力がインパルス状であり、その発生時間間隔が確率的に与えられるときの取扱い法が明らかにされている。

われわれは、1963年、四国電力との経済負荷配分装置に関する協同研究の一環として、貯水池が多数あり、かつ、制限条件が厳しい系統に適用できる確率的な動的計画法を開発し、まず電力系統において確率的運用の効果を通常の運用との対比において明らかにし、次に、1963年度の四国電力系統の運用を導いた。⁽⁵⁰⁾⁽⁵¹⁾⁽⁵²⁾ このように長期運用方式には確率的な動的計画法が主として用いられてきた。

これに対し、1964年、原らは動的計画法によらないで火力系統における長期運用計画を導いている。⁽⁵³⁾ これは、火力系統の燃料費だけでなく、サービスクォリティをも考慮した費用関数を導入し、これに基づいた運用ルールを求めるものである。すなわち、まず火力燃料費、供給不足のペナルティユニットの起動費用などに基づいて系統の費用関数を定義する。このように定義された費用関数において、負荷変動およびユニットの事故停止を考慮

して、「考察する時間の期待費用を最小にする」という基準のもとに、最適なユニットの運転台数および定期点検台数を求めている。

同じく原らは、1966年、協調方程式に基づいて、水火併用系統の長期運用方式を導いている。⁽⁵⁴⁾ この方法は、協調方程式の解を感度解析し、河川流量の変動、負荷の変動にともなう最適火力出力の変動を1次関係式で求めておき、河川流量、負荷が正規分布したときの火力の最適期待コストを計算する。ただし、火力の供給信頼度を確保するため、火力の上限値を火力出力の確率分布の標準偏差に比例して、予め小さく見込んでおく。

この計算方式は簡単であり、火力の供給信頼度をどの程度にすべきかを確率的に求めるが、水火併用系統の1番の問題点である「貯水池を溢水なく高水位運転する」ための運用ルールは求まっていない。

これに対し確率的な動的計画法は、貯水池の運用ルールを求めるという観点から長期運用方式の数学的手法として最も適したものである。この方法で求める確率的運用は予想がはずれた場合に受ける損益の大きさを勘案した運用であり、通常安全度を見込んだ運用になる。この安全度は入力データとなる需用電力や貯水池流入流量の分散の大きさによって決まる。すなわち分散が大きくなると溢水ぎりぎりの高水位運転、渇水ぎりぎりの低水位運転はさける方向に修正される。確率的運用はこの安全度を期待費用最小の基準により決定することにある。

ところが、確率的な動的計画法を用いると長期運用方式の定式化は容易に行えるが、数値計算が困難であり、特に貯水池の数が多くなると計算量が指数的に増大する欠点がある。J.D.C.Little の解析は1貯水池である。⁽⁴⁹⁾ 電力中研および深尾の研究⁽²⁵⁾ では、1貯水池のときの数値解析法を開発し、多貯水池系の場合は、順次1貯水池だけを選び、他貯水池を固定して最適化する弛緩法を提案している。この方法では貯水池相互間の相関係数が考慮できないし、収斂性がよくないので、われわれは、1貯水池系について開発された深尾の方法を多貯水池系に適用できるものに多次元化の方向に拡張して用いている。⁽⁵⁶⁾

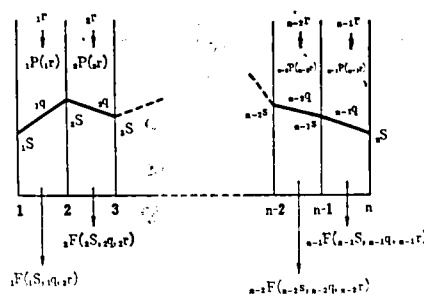
結局われわれの研究の意義は火力上下限、貯水量上下限、使用水量上下限を考慮した確率的な動的計画法による期待値コストを最小化する運用方式を計算する方法を開発したこと、それを用いて、これらの制限条件によって、確率的運用がうける影響を確めたこと、これを用いて、貯水池が多くかつ制限条件も厳しい実系統の長期運用方式を導いたことにある。

3.3.2 確率的な動的計画法とその数値計算方式

(1) 確率的な動的計画法

動的計画法は多段階の最適決定問題を2段階の決定問題に集約しながら、逐次的に解く数学的手法である。動的計画法は確率変数が導入できること、不連続な制限条件を考慮できることを大きな特長としている。したがって、電力系統の長期経済運用方式のように、一定の制限条件と不確実な情報のもとにおける将来にわたる運用方針を決定する問題に最も適した手法である。⁽⁵⁵⁾

第3.10図において、 ${}_1S, {}_2S, \dots, {}_nS$ は多段階における系の状態を示す変数、 ${}_1q, {}_2q, \dots, {}_{n-1}q$ は系に対して下される決定を示す変数、 ${}_1r, {}_2r, \dots, {}_{n-1}r$ は系に入出するパラメータで確率密度関数 $p({}_1r), p({}_2r), \dots, p({}_{n-1}r)$ を持つ確率変数である。初期の状態 ${}_1S$ に対し初期の決定 ${}_1q$ が下されて状態 ${}_2S$ が得られ、 ${}_2S$ に対し ${}_2q$ が下されて ${}_3S$ が得られ



第3.10図 確率的な動的計画法

るものとする。一般に ${}_{k-1}S$ に対し ${}_{k-1}q$ が下されて状態 ${}_kS$ が得られるとき、系に必ず利益または損失が伴う。今これを ${}_{k-1}F({}_{k-1}S, {}_{k-1}q, {}_{k-1}r)$ で表わすものとする。また、状態 ${}_{k-1}S$ と状態 ${}_kS$ を結び付ける式を変換式といい

$${}_kS = T({}_{k-1}S, {}_{k-1}q) \quad (3.62)$$

で表わす。このように状態 ${}_kS$ は ${}_{k-1}S, {}_{k-1}q$ だけによって決まり、 ${}_{k-2}S, {}_{k-3}S, \dots, {}_1S, {}_{k-2}q, {}_{k-3}q, \dots, {}_1q$ に無関係な系をマルコフ的な系という。また、 ${}_kF({}_kS, {}_kq, {}_kr)$ の総和を考え

$$I = \sum_{k=1}^{n-1} {}_kF({}_kS, {}_kq, {}_kr) \quad (3.63)$$

の期待値

$$\begin{aligned} E\{I\} &= \sum_{k=1}^{n-1} E\{{}_kF({}_kS, {}_kq, {}_kr)\} \\ &= \sum_{k=1}^{n-1} \int_{-\infty}^{+\infty} {}_kF({}_kS, {}_kq, {}_kr) p({}_kr) d{}_kr \quad (3.64) \end{aligned}$$

を最大または最小にする kq の列 $(_1q, _2q, \dots, _{n-1}q)$ を見出す問題を確率的な多段決定過程といい、この $(_1q, _2q, \dots, _{n-1}q)$ を最適政策と呼ぶ。 $E\{\}$ は $\{\}$ の期待値を意味する。

ところで I の期待値を最小にする場合を考えると最適性の原理* より

$$\begin{aligned} \text{MIN}_{_1q} [E\{I\}] = & \text{MIN}_{_1q} [E\{_1F(_1S, _1q, _1r)\}] + \text{MIN}_{_2q} [E\{_2F(_2S, _2q, _2r)\}] \\ & + \text{MIN}_{_3q} [E\{_3F(_3S, _3q, _3r)\}] + \dots + \text{MIN}_{_{n-1}q} [E\{_{n-1}F(_{n-1}S, _{n-1}q, _{n-1}r)\}] \\ & \dots \dots \dots (3.65) \end{aligned}$$

ただし、ここに $\text{MIN}_{_kq} [\]$ は $_kq$ を適当にえらんで $[\]$ を最小にすることを意味する。

$\text{MIN}_{_{n-1}q} [E\{F(_{n-1}S, _{n-1}q, _{n-1}r)\}]$ からはただ一通りの $_{n-1}q$ が決まり、これを用いると $\text{MIN}_{_{n-1}q} [E\{_{n-1}F(_{n-1}S, _{n-1}q, _{n-1}r)\}]$ は $_{n-1}S$ だけの関数となる。そこでこれを

$$_{n-1}f(_{n-1}S) = \text{MIN}_{_{n-1}q} [E\{_{n-1}F(_{n-1}S, _{n-1}q, _{n-1}r)\}] \dots \dots \dots (3.66)$$

で表わしこれを最適コスト関数という。さらにもう一段階含めた

$$\text{MIN}_{_{n-2}q} [E\{_{n-2}F(_{n-2}S, _{n-2}q, _{n-2}r)\} + \text{MIN}_{_{n-1}q} [E\{_{n-1}F(_{n-1}S, _{n-1}q, _{n-1}r)\}]] \dots \dots \dots (3.67)$$

を考えると、これに (3.66) 式を用いて

$$\text{MIN}_{_{n-2}q} [E\{_{n-2}F(_{n-2}S, _{n-2}q, _{n-2}r)\} + _{n-1}f(_{n-1}S)] \dots \dots \dots (3.68)$$

となる。(3.62) 式の変換式を用いると

$$\text{MIN}_{_{n-2}q} [E\{_{n-2}F(_{n-2}S, _{n-2}q, _{n-2}r)\} + _{n-1}f(T(_{n-2}S, _{n-2}p)))] \dots \dots \dots (3.69)$$

となり、 $_{n-1}f(_{n-1}S)$ が求まっていると、これは $_{n-2}S$ だけの関数と考えられる。したがって

$$_{n-2}f(_{n-2}S) = \text{MIN}_{_{n-2}q} [E\{_{n-2}F(_{n-2}S, _{n-2}q, _{n-2}r)\} + _{n-1}f(T(_{n-2}S, _{n-2}q)))] \dots \dots \dots (3.70)$$

なる漸化式をうることができる。(3.70) 式を逐次用いて $_nf, _{n-1}f, \dots, _2f$ を求めると

$$\text{MIN}_{_1q} [E\{_1F(_1S, _1q, _1r)\} + _2f(T(_1S, _1q)))] \dots \dots \dots (3.71)$$

により $_1q$ を決定し、 $_1S, _1q$ より (3.62) 式を用いて $_2S$ を決定する。

* 「最適政策はその一部期間においても最適対策になっている」。これは古典変分法の部分変分原理に相当する。

$$\text{MIN}_{2q} [E\{ {}_2F({}_2S, {}_2q, {}_2r) + {}_3f(T({}_2S, {}_2q)) \}] \quad (3.72)$$

により ${}_2q$ を決定する。以下この操作をくり返すと最適政策 $({}_1q, {}_2q, \dots, {}_{n-1}q)$ が求まる。この逐次解法が動的計画法の原理である。

<2> 多次元平面近似法

動的計画法は漸化式を用いたくり返し解法であるから、段階数の多い問題の数値計算には特に効果的であるが、多数の貯水池を含む電力系統のような多次元の問題に対する数値計算は、多次元の最適コスト関数を導入しなければならないので困難であるとされてきた。⁽⁵⁶⁾ われわれは多次元平面近似法という新しい収れん計算法を開発し、多貯水池系に適用して実用的に十分な収れん解を得ることに成功した。またこの方法によって初めて貯水池流入流量相互間、需用電力と貯水池流入流量の間の相関係数を考慮した解を得ることができたのである。

m次元の系に対する動的計画法の漸化式は

$$\begin{aligned} {}_kf({}_kS_1, \dots, {}_kS_m) = & \text{MIN}_{({}_kq_1, \dots, {}_kq_m)} [{}_kF({}_kS_1, \dots, {}_kS_m; {}_kq_1, \dots, {}_kq_m) \\ & + {}_{k+1}f(T({}_kS_1, {}_kq_1), \dots, T({}_kS_m, {}_kq_m))] \quad (3.73) \end{aligned}$$

右辺の極値を求めるために偏微分すると

$$\frac{\partial {}_kF}{\partial {}_kq_i} + \frac{\partial {}_{k+1}f}{\partial {}_kq_i} = 0 \quad (i=1 \sim m) \quad (3.74)$$

すなわち

$$\frac{\partial {}_kF}{\partial {}_kq_i} + \frac{\partial {}_{k+1}f}{\partial {}_{k+1}S_i} \cdot \frac{\partial T}{\partial {}_kq_i} = 0 \quad (i=1 \sim m) \quad (3.75)$$

${}_kF, T$ は与えられた関数であるから、 $\frac{\partial {}_kF}{\partial {}_kq_i} \cdot \frac{\partial T}{\partial {}_kq_i}$ は計算できる。 $\frac{\partial {}_{k+1}f}{\partial {}_{k+1}S_i}$ は一つ前のステップで求めておかなければならない。しかも $\frac{\partial {}_{k+1}f}{\partial {}_{k+1}S_i}$ は一般には ${}_{k+1}S_i$ の関数であるから正確には前ステップにおいて ${}_{k+1}S_i$ の微小な変動幅内では $\frac{\partial {}_{k+1}f}{\partial {}_{k+1}S_i}$ はほぼ一定と考えてよい。すなわち ${}_{k+1}S_i$ に許容変動幅を設け、この範囲内で最適化計算を行なうものとするれば $\frac{\partial {}_{k+1}f}{\partial {}_{k+1}S_i}$ を一定値として取り扱うことができる。これは数学的には ${}_{k+1}f({}_{k+1}S_1, {}_{k+1}S_2, \dots, {}_{k+1}S_m)$ を Taylor 展開し、その第1次項をとったことに相当する。

$$\begin{aligned} \Delta_{k+1} f(S_1, S_2, \dots, S_m) &= \frac{\partial_{k+1} f}{\partial_{k+1} S_1} \cdot \Delta_{k+1} S_1 + \frac{\partial_{k+1} f}{\partial_{k+1} S_2} \cdot \Delta_{k+1} S_2 \\ &+ \dots + \frac{\partial_{k+1} f}{\partial_{k+1} S_m} \cdot \Delta_{k+1} S_m + \eta (\Delta S^2) \dots \dots (3.76) \end{aligned}$$

またこれは幾何学的には $_{k+1}f$ なる曲面のある部分を平面で近似したことに相当する。最適解を近似の許される範囲で求め、次にその解の周辺で同様の考え方で平面近似する。これをくり返せば能率よく全体にわたる最適解に収れんさせることができるであろう。これが平面近似法の基本的な考え方である。

3.3.3 長期運用問題の期待コスト計算方式

<1> 電力系統の定式化

電力系統は貯水量を状態量に、貯水量の時間的变化を決定変数に選べば多段決定過程の問題に定式化できる、各種の変数を次のように定義する。

$_{k}S_i$: 第 k 時間帯における第 i 水力 P S の貯水量

$_{k}q_i$: 第 k 時間帯における第 i 水力 P S の決定変数

$_{k}J_i$: 第 k 時間帯における第 i 水力 P S の流入流量

$(a_i + b_i + _{k}S_i)$: 第 k 時間帯における第 i 水力 P S の電水比

$_{k}G$: 第 k 時間帯における火力出力

$_{k}PR$: 第 k 時間帯における需用電力

$_{k}F$: 第 k 時間帯における火力発電コスト

$_{k}\alpha_0, _{k}\alpha, _{k}\beta$: 第 k 時間帯における火力発電コスト係数

Q_{0i} : 第 i 水力発電所の無効放流量

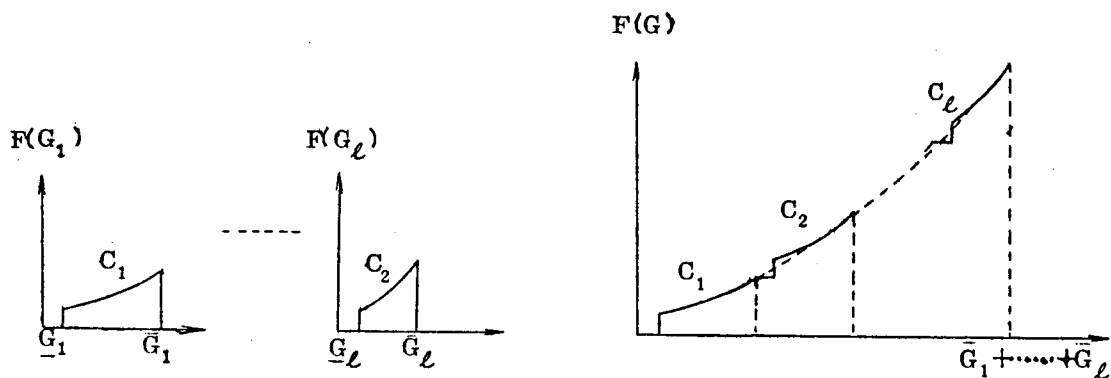
m : 水力発電所数

n : 時間帯数

\bar{x}, \underline{x} : 変数 x の上限, 下限値を示す。

(1) 火力発電所

火力発電所は最大出力時の能率順に投入するものとする。各火力発電所を能率順に投入したときの火力発電コスト特性をグラフに描き、グラフ上から総合発電コスト特性の 2 次近似式を作成する。第 3.1 1 図は l 個の火力発電所の特性 C_1, C_2, \dots, C_l から総合発電コ



第 3.1.1 図 火力発電コスト特性の総合

コスト特性 C を得る過程を示している。なお融通電力は全火力出力が上限値に違反したときに受けるものとする。

(2) 水力発電所

決定変数 ${}_k q_i$ は

$${}_k q_i = {}_{k+1} S_i - {}_k S_i \quad (3.77)$$

により定義する。したがって使用水量は

$${}_k Q_i = {}_k J_i - {}_k q_i \quad (3.78)$$

水力出力は

$${}_k P_i = (a_i + b_i {}_k S_i) ({}_k J_i - {}_k q_i - Q_{0i}) \quad (3.79)$$

(3) 需給バランス

需用電力には負荷の電力から自流式水力発電所の出力を差し引いたものを用いる。したがって負荷変動のほかに自流式水力の流入流量変動も含んだ確率変数である。

$${}_k PR = {}_k G + \sum_{i=1}^m {}_k P_i \quad (3.80)$$

<2> 期待コスト計算方式

われわれは期待コストを最小ならしめる決定を求めているのであるから、ある決定が下されたときの期待コストを計算するルーチンを作っておく必要がある。ところで電力系統

の運用コストとしては通常連続な火力発電コストを中心に考えればよいが、(a)火力出力上下限、(b)貯水量上下限、(c)使用水量上下限などの制限条件のきびしい電力系統では、このほかに、(a)供給電力不足のために受ける融通電力コスト、(b)貯水池の溢水による損失、(c)貯水池渴水によるペナルティコストなどの不連続コストも考えなければならない。なぜなら期待コストは予想がはずれた場合における系統運用コストをその予想ずれの確率で重みをつけて累算したものであり、制限条件がきびしいかまたは予想ずれの大きい系統ではこれら不連続コストを計上する確率が高いからである。すなわち制限条件がきびしいかまたは予想ずれのはなはだしい(需用電力や貯水池流入流量の分散の大きい)電力系統においては、運用コストを一般に不連続な関係として取り扱わなければならないのである。この不連続性に関して電力系統は次の4種に分けて考えることができる。すなわち

- (1) どの制限条件も入力データの分散に比しきびしくない系統。
- (2) 火力上下限が入力データの分散に比しきびしい系統。
- (3) 火力上下限、貯水量上下限が入力データの分散に比しきびしい系統。
- (4) どの制限条件も入力データの分散に比しきびしい系統。

われわれはそれぞれの電力系統に対して、その特長を生かして計算量をできるだけ少なくすることに主眼をおいた期待コストの計算方式を導いた。

- (1) どの制限条件もきびしくない場合

この場合は系統運用コストとして火力発電コストを考えればよい。火力発電コスト ${}_k F$ と火力出力 ${}_k G$ はそれぞれ

$${}_k F = {}_k \alpha_0 + {}_k \alpha_k G + {}_k \beta_k G^2 \quad (3.81)$$

$${}_k G = {}_k PR - \sum_{i=1}^m ({}_i a_i + {}_i b_i {}_k S_i) ({}_k J_i - {}_k q_i - Q_{0i}) \quad (3.82)$$

である。動的計画法の漸化式は

$$\begin{aligned} {}_k f({}_k S_1, \dots, {}_k S_m) = & \min_{({}_k q_1, \dots, {}_k q_m)} \{ E \{ {}_k F({}_k S_1, \dots, {}_k S_m; {}_k q_1, \dots, {}_k q_m) \\ & + {}_{k+1} f({}_{k+1} S_1, \dots, {}_{k+1} S_m) \} \} \end{aligned} \quad (3.83)$$

(3.81), (3.82), (3.83)に代入すると

$${}_k f({}_k S_1, \dots, {}_k S_m) = \min_{({}_k q_1, \dots, {}_k q_m)} \{ {}_k \alpha_0 + {}_k \alpha_k G' + {}_k \beta_k G'^2 + {}_k \beta \{ CV({}_k PR, {}_k PR) \}$$

$$-2 \sum_{i=1}^m (a_i + b_{ik} S_i) CV({}_k PR, {}_k J_i) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m (a_i + b_{ik} S_i) (a_j + b_{jk} S_j) CV({}_k J_i, {}_k J_j) \} + {}_{k+1} f({}_{k+1} S_1, \dots, {}_{k+1} S_m) \} \quad (3.84)$$

ただし

$${}_k G' = {}_k PR' - \sum_{i=1}^m (a_i + b_{ik} S_i) ({}_k J_i' - {}_k q_i - Q_{0i}) \quad (3.85)$$

ここに ${}_k PR'$, ${}_k J_i'$: 需用電力, 貯水池流入流量の平均値

$CV({}_k PR, {}_k PR)$: 需用電力 ${}_k PR$ の共分散

$CV({}_k PR, {}_k J_i)$: 需用電力と貯水池流入流量の共分散

$CV({}_k J_i, {}_k J_j)$: 貯水池流入流量相互間の共分散

すなわち期待コストは平均値運用コストに需用電力, 貯水池流入流量の共分散による項を加えることによって求められるので, 計算がきわめて簡単である。これは火力発電コストが連続な2次関数であるという仮定に基づくものである。

42) 火力上下限がきびしい系統

火力発電コスト特性は第3.12図のよう
な特性を持っているものとする。図で $G \geq \bar{G}$
の部分は融通電力領域である、すなわち

$${}_k F = {}_k \alpha_0 + {}_k \alpha_k G + {}_k \beta_k G^2$$

$${}_k \underline{G} \leq {}_k G \leq {}_k \bar{G} \quad (3.86)$$

$${}_k F = {}_k \bar{F} + {}_k r ({}_k G - {}_k \bar{G})$$

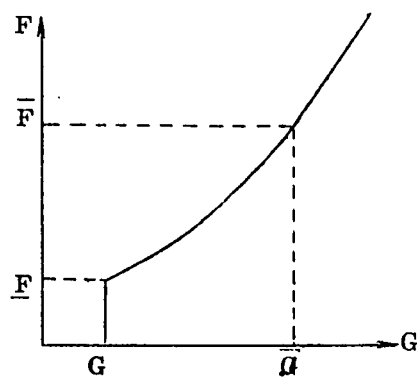
$${}_k \bar{G} \leq {}_k G \quad (3.87)$$

ここに ${}_k r$: 融通電力単価

$${}_k f({}_k S_1, \dots, {}_k S_m) = \min_{({}_k q_1, \dots, {}_k q_m)} \{ E \{ {}_k F({}_k S_1, \dots, {}_k S_m; {}_k q_1, \dots, {}_k q_m) + {}_{k+1} f({}_{k+1} S_1, \dots, {}_{k+1} S_m) \} \} \quad (3.88)$$

において

(a) 右辺第1項 $E\{{}_k F\}$



第3.12図 総合火力発電コスト特性

$$E\{ {}_k F \} = \int_{-\infty}^{\bar{G}} {}_k F p({}_k G) d {}_k G + \int_{\bar{G}} {}_k F p({}_k G) d {}_k G + \int_{\bar{G}}^{+\infty} {}_k F p({}_k G) d {}_k G \dots\dots\dots (3.89)$$

で与えられる。ここに $p({}_k G)$ は火力出力 ${}_k G$ の確率密度関数である。

今もし (1) ${}_k J_1, {}_k J_2, \dots, {}_k J_m$ が m 次元の正規分布に従う。

(2) ${}_k PR$ と ${}_k J_1$ が 2 次元の正規分布に従う。

という仮定をおくならば火力出力 ${}_k G$ は

$$\text{平均値: } {}_k G' = {}_k PR' - \sum_{i=1}^m (a_i + b_{ik} S_i) ({}_k J'_i - q_i - Q_{0i}) \dots\dots\dots (3.90)$$

$$\text{標準偏差: } \sigma = \sqrt{CV({}_k PR, {}_k PR) + \sum_{i=1}^m (a_i + b_{ik} S_i) \cdot CV({}_k PR, {}_k J_i) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m (a_i + b_{ik} S_i) (a_j + b_{jk} S_j) \cdot CV({}_k J_i, {}_k J_j)} \dots\dots\dots (3.91)$$

の正規分布に従う。すなわち

$$P({}_k G) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{({}_k G - {}_k G')^2}{2\sigma^2}} \dots\dots\dots (3.92)$$

である。ここで

$$t = \frac{{}_k G - {}_k G'}{\sigma} \dots\dots\dots (3.93)$$

なる変数交換を行なうと

$$\begin{aligned} E\{ {}_k F \} = & \int_{-\infty}^{t_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt + ({}_k \alpha_0 + {}_k \alpha_k G' + {}_k \beta G'^2 + {}_k B \sigma^2) \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \\ & - \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \left\{ e^{-\frac{t^2}{2}} ({}_k \alpha + 2 {}_k \beta {}_k G' + {}_k \beta \sigma t) \right\}_{t_1}^{t_2} + \{ ({}_k \alpha_0 + {}_k \alpha_k \bar{G} + {}_k \beta \bar{G}^2 \\ & + {}_k r ({}_k G' - {}_k \bar{G}) \} \int_{t_2}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt - \frac{{}_k r \sigma}{\sqrt{2\pi}} \left\{ e^{-\frac{t^2}{2}} \right\}_{t_2}^{+\infty} \end{aligned} \dots\dots\dots (3.94)$$

で計算できる。ここに

$$t_1 = \frac{{}_k G - {}_k G'}{\sigma}, \quad t_2 = \frac{\bar{G} - {}_k G'}{\sigma}$$

(b) 右辺第2項 $E\{_{k+1}f\}$

$_{k+1}f$ は貯水量だけの関数であるから貯水量の変動がないかぎり

$$E\{_{k+1}f\} = _{k+1}f$$

である。しかし火力が下限を割ったときは水力出力を減らせてこれを維持する運転をとるから貯水量が増加することになる。火力が下限を割ったとき、各水力はその出力の比率に応じてこれを分担するものとする。と $_{k+1}S_i$ の増分 $\Delta_{k+1}S_i$ は

$$\Delta_{k+1}S_i = w_i (_k\bar{G} - _kG) \quad _kG \leq _k\bar{G}$$

$$w_i = \frac{ _kJ_i - _kq_i - Q_{0i} }{ _kPR - _kG } \quad (3.95)$$

である。したがって

$$\begin{aligned} E\{_{k+1}f\} &= \int_{-\infty}^{_k\bar{G}} _{k+1}f(_{k+1}S_1 + \Delta_{k+1}S_1, \dots, _{k+1}S_m + \Delta_{k+1}S_m) p(_kG) dG \\ &\quad - \int_{_k\bar{G}}^{+\infty} _{k+1}f(_{k+1}S_1, \dots, _{k+1}S_m) p(_kG) dG \quad (3.96) \end{aligned}$$

に分けて計算しなければならない。 $_{k+1}f$ を (3.76) 式の近似式で表現し、変数変換して整理すると

$$E\{_{k+1}f\} = \sum_{i=1}^m \frac{ \partial_{k+1}f }{ \partial_{k+1}S_i } \quad _{k+1}S_i + w_i \int_{-\infty}^{t_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt + w_i \sigma \left(e^{-\frac{t^2}{2}} \right)_{-\infty}^{t_1} \quad (3.97)$$

以上のように多次元の確率分布が火力の1次元の分布に還元できるので計算が簡単になるが、これは使用水量上下限がゆるやかで需給バランスの式が各貯水池流入流量にとって連続な1次結合式とみなせる範囲において成立するものである。

(3) 火力上下限と貯水量上下限がきびしい系統

この場合の期待コスト計算式 $E\{_{k+1}F\}$ は (3.94) 式とまったく同じであるが、 $E\{_{k+1}f\}$ は (3.96) 式とは異なる。火力が下限を割ったときは各水力がその出力の比率に応じて貯水量を増加させて吸収するが、貯水量が上限に達すると溢水する。すなわち貯水量 S_i の上限 \bar{S}_i に対応する $_kG(\bar{S}_i)$ を

$$({}_k G - {}_k G(\bar{S}_i)) \frac{{}_k J_i - {}_k q_i - Q_{0i}}{{}_k PR - {}_k G} = -({}_k S_i + {}_k q_i - {}_k \bar{S}_i) \quad (3.98)$$

なる関係で求め

- (1) ${}_k G \leq {}_k G(\bar{S}_i)$ のとき貯水量は $S_i = \bar{S}_i$ となり溢水する。
- (2) ${}_k G(\bar{S}_i) \leq {}_k G \leq {}_k \underline{G}$ のとき貯水量は増大する。
- (3) ${}_k \underline{G} \leq {}_k G$ のとき貯水量変化なし。

なる三つの領域に分けて考えなければならない。したがって

$$E\{ {}_{k+1} f \} = \sum_{i=1}^m \frac{\partial {}_{k+1} f}{\partial {}_{k+1} S_i} \left\{ \int_{-\infty}^{{}_k G(\bar{S}_i)} {}_{k+1} \bar{S}_i p(G) dG + \int_{{}_k G(\bar{S}_i)}^{{}_k \underline{G}} ({}_{k+1} S_i + {}_{k+1} S_i) p(G) dG + \int_{{}_k \underline{G}}^{+\infty} {}_{k+1} S_i p(G) dG \right\} \quad (3.99)$$

変数変換して整理すると

$$E\{ {}_{k+1} f \} = \sum_{i=1}^m \frac{\partial {}_{k+1} f}{\partial {}_{k+1} S_i} \left\{ \bar{S}_i \int_{-\infty}^{t_{3i}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt + {}_{k+1} S_i \int_{t_{3i}}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt + w_i \int_{t_{3i}}^{t_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt + w_i \sigma \left[e^{-\frac{t^2}{2}} \right]_{t_{3i}}^{t_1} \right\} \quad (3.100)$$

ここに

$$t_{3i} = \frac{{}_k G(\bar{S}_i) - {}_k G}{\sigma} \quad (3.101)$$

(4) どの制限条件もきびしい系統

この場合には多次元分布を1次元分布に集約できないので多次元確率密度関数を求めて Stieltjes 積分を行なわなければならない。 m 個の貯水池を含む系統の発電コストは需電力を合わせて $(m+1)$ 次元の確率密度関数を持つ。これを正規分布であるとするとき次式により表わせる。

$$p(x_1, x_2, \dots, x_{m+1}) = \frac{\sqrt{|A|}}{(2\pi)^{\frac{m+1}{2}}} e^{-\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{m+1} A_{ij} (x_i - a_i)(x_j - a_j)} \quad (3.102)$$

$$\begin{aligned} \text{ここに } x_1 &= {}_k\text{PR} \quad , \quad a_1 = {}_k\text{PR}' \\ x_2 &= {}_k\text{J}_1 \quad , \quad a_2 = {}_k\text{J}_1' \\ &\vdots \quad , \quad \vdots \\ x_{m+1} &= {}_k\text{J}_m \quad , \quad a_{m+1} = {}_k\text{J}_m' \end{aligned}$$

A_{ij} は分散行列の逆行列の要素である。すなわち

$$\left. \begin{aligned} [A_{ij}] &= [A_{ij}]^{-1} \\ A_{ij} &= \text{CV}(x_i, x_j) = r_{ij} \sigma_i \sigma_j \end{aligned} \right\} \quad (3.103)$$

r_{ij} : 相関係数, σ_i, σ_j : x_i, x_j の標準偏差

$$\text{また } |A| = \det |A_{ij}| \quad (3.104)$$

期待コストは

$$\begin{aligned} {}_k f({}_k S_1, \dots, {}_k S_m) &= \underset{({}_k q_1, \dots, {}_k q_m)}{\text{MIN}} \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} ({}_k F + {}_{k+1} f) p({}_k \text{PR}, {}_k \text{J}_1, \dots, {}_k \text{J}_m) \cdot \\ &\quad d {}_k \text{PR} d {}_k \text{J}_1 \dots d {}_k \text{J}_m \quad (3.105) \end{aligned}$$

脚 注 期待コスト計算方式

(1) ${}_k F$ の計算

(a) 使用水量の決定

$$({}_k \text{J}_i - {}_k q_i \geq \bar{Q}_i \text{ のとき})$$

$${}_k Q_i = \bar{Q}_i$$

$${}_k q_i = {}_k \text{J}_i - \bar{Q}_i \text{ とする。}$$

ただし ${}_k S_i + {}_k q_i \geq \bar{S}_i$ のときは

$${}_k Q_i = {}_k S_i + {}_k q_i - \bar{S}_i \text{ だけ 水させて}$$

$${}_k q_i = \bar{S}_i - {}_k S_i \text{ とする。}$$

$$({}_k \text{J}_i - {}_k q_i \leq \underline{Q}_i \text{ のとき})$$

$${}_k Q_i = \underline{Q}_i$$

$${}_k q_i = {}_k \text{J}_i - \underline{Q}_i \text{ とする。}$$

ただし ${}_k S_i + {}_k q_i \leq \underline{S}_i$ のときは

$${}_k Q_i = \underline{S}_i - {}_k S_i - {}_k q_i \text{ だけ責任放流量を割らせ}$$

$${}_k q_i = \underline{S}_i - {}_k S_i \text{ とする。}$$

$$({}_k \underline{Q}_i \leq {}_k \text{J}_i - {}_k q_i \leq \bar{Q}_i \text{ のとき})$$

$${}_k Q_i = {}_k \text{J}_i - {}_k q_i$$

$${}_k q_i = {}_k \text{J}_i - {}_k Q_i$$

(1)

(2)

(3)

である。しかるに正規確率密度関数は

$$a_i - 3\sigma_i \leq x_i \leq a_i + 3\sigma_i \quad (i=1 \sim m+1) \quad (3.106)$$

なる領域で考えれば実用上十分であるから、各変数 ${}_kPR, {}_kJ_i (i=1 \sim m)$ をその範囲内で適当に分割し、そのあらゆる組み合わせについて $({}_kF + {}_{k+1}f)$ を計算し、これにそのときの確率 $p({}_kPR, {}_kJ_1, \dots, {}_kJ_m)$ を乗じて Simpson の公式に従って累算すればよい。 $({}_kF + {}_{k+1}f)$ の計算は脚注に示すように行う。

3.3.4 計算手順

計算手順を示すフローチャートを第 3.13 図に示す。

ステップ 1 「データの読み込み」

時間帯数: n

水力発電所数: m

(b) 火力出力の決定

$${}_kG = {}_kPR - \sum_{i=1}^m (a_i + b_{ik} S_i) ({}_kQ_i - Q_{0i}) \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} (1) \quad & {}_kG_i > {}_k\bar{G}_i \\ & {}_kPT = {}_kG_i - {}_k\bar{G}_i \\ & \quad {}_kPT: \text{融通電力} \\ & {}_kF = {}_k\alpha_0 + {}_k\alpha_k \bar{G}_i + {}_k\beta_k \bar{G}_i^2 + {}_k\gamma_k PT + {}_k\gamma'_k QP \\ & \quad {}_k\gamma: \text{融通電力単価} \\ & \quad {}_k\gamma': \text{責任放流量ペナルティコスト係数} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$(1) \quad {}_kG \leq {}_k\bar{G}$$

制限条件の違反分を水力発電所にその出力の比率に応じて分担させる。すなわち各水力の決定変数 ${}_kq_i$ を修正し

$$\left. \begin{aligned} {}_kq_i &= {}_kq_i + ({}_k\bar{G} - {}_kG) \frac{{}_kJ_i - {}_kq_i - Q_{0i}}{{}_kPR - {}_kG} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

とする。ただし

${}_kJ_i - {}_kq_i \leq Q_{0i}$ なる水力発電所は除く。

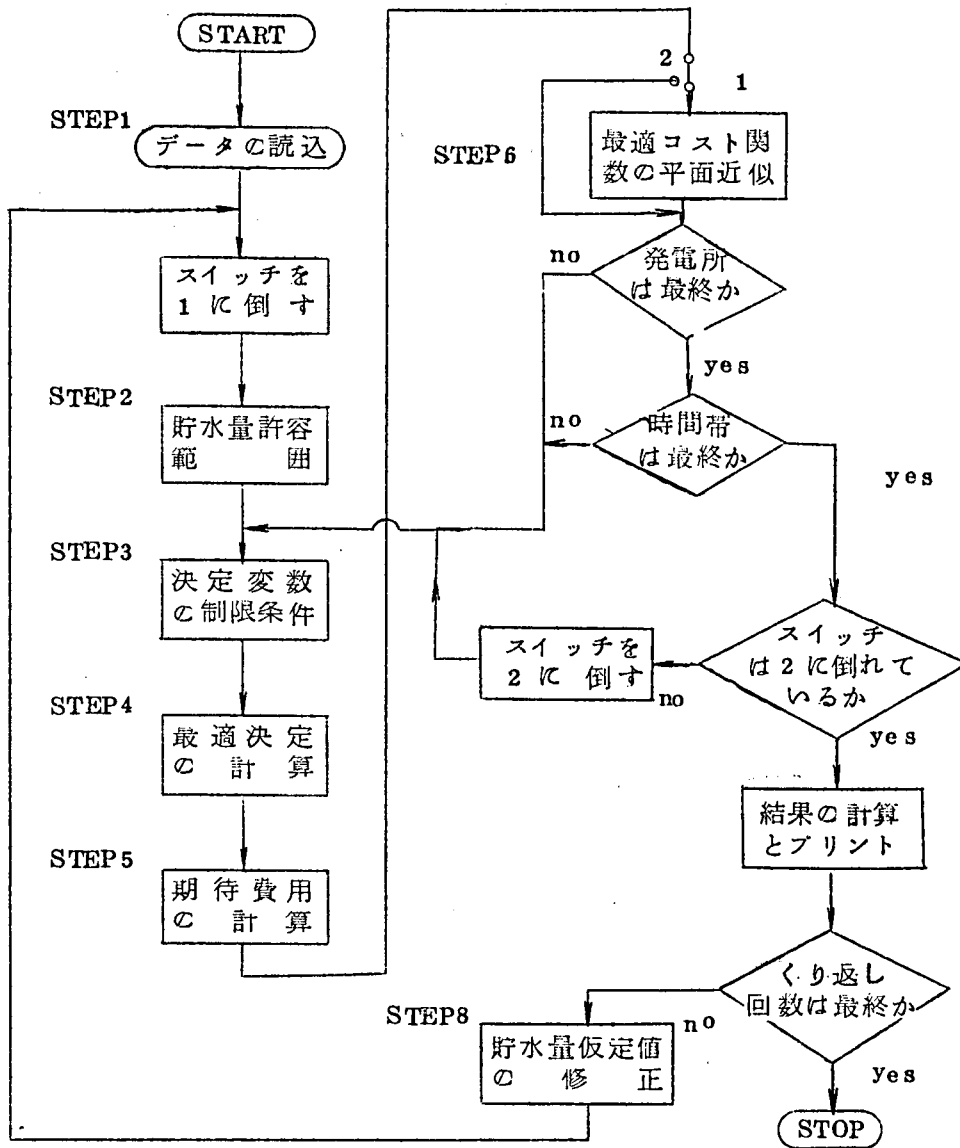
$${}_kF = {}_k\alpha_0 + {}_k\alpha_k G + {}_k\beta_k G^2 + {}_k\gamma'_k QP$$

$$(1) \quad {}_k\bar{G} \leq {}_kG \leq {}_k\bar{G} \quad (7)$$

$${}_kF = {}_k\alpha_0 + {}_k\alpha_k G + {}_k\beta_k G^2 + {}_k\gamma'_k QP$$

(2) ${}_{k+1}f$ の計算

$${}_{k+1}f = \sum_{i=1}^m \frac{\partial {}_{k+1}f}{\partial {}_{k+1}S_i} \cdot {}_{k+1}S_i \quad (8)$$



第 3.13 図 計算手順を示すフローチャート

くり返し回数: I_m

火力上下限値: ${}_k\bar{G}, {}_k\underline{G} (k=1 \sim n)$

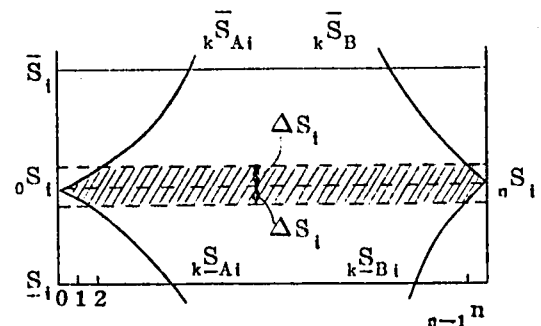
火力発電コスト係数: ${}_k\alpha_0, {}_k\alpha, {}_k\beta$
($k=1 \sim n$)

融通電力単価: ${}_k r (k=1 \sim n)$

需要電力分散: $CV({}_k PR, {}_k PR),$

$CV({}_k PR, {}_k J_1)$

($k=1 \sim n$) ($i=1 \sim m$)



第 3.14 図 貯水量許容範囲

貯水量初期値： ${}_k S_i$ ($k=1 \sim n$), ($i=1 \sim m$)

流入流量平均値： ${}_k J_i$ ($k=1 \sim n$), ($i=1 \sim m$)

流入流量共分散： $CV({}_k J_i, {}_k J_j)$ ($k=1 \sim n$), ($i, j=1 \sim m$)

貯水量上下限： $\bar{S}_i, \underline{S}_i$ ($i=1 \sim m$)

電水比係数： A_i, B_i ($i=1 \sim m$)

使用水量上下限值： $\bar{Q}_i, \underline{Q}_i$ ($i=1 \sim m$)

無効放流量： Q_{oi} ($i=1 \sim m$)

収れん判定誤差： ϵ

ステップ2「貯水量の許容範囲」

最適コスト関数の Taylor 近似のため貯水量に許容範囲を設定する(第3.1.4 函参照)。ただし、貯水量の取りうる範囲は使用水量制限と端点条件のため限定される。これを ${}_k \bar{S}_A$, ${}_k \underline{S}_A$, ${}_k \bar{S}_B$, ${}_k \underline{S}_B$ で表現する。

$$\left. \begin{aligned} {}_k S_{\max i} &= \text{MIN} [{}_k S_i + \Delta S_i, {}_k \bar{S}_{Ai}, {}_k \bar{S}_{Bi}, \bar{S}_i] \\ {}_k S_{\min i} &= \text{MAX} [{}_k S_i - \Delta S_i, {}_k \underline{S}_{Ai}, {}_k \underline{S}_{Bi}, \underline{S}_i] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.107)$$

$$\left. \begin{aligned} {}_k \bar{S}_{Ai} &= {}_0 S_i + \sum_{k=1}^k ({}_k J_i - \underline{Q}_i) \\ {}_k \bar{S}_{Bi} &= {}_n S_i - \sum_{k=k+1}^n ({}_k J_i - \bar{Q}_i) \\ {}_k \underline{S}_{Ai} &= {}_0 S_i + \sum_{k=1}^k ({}_k J_i - \bar{Q}_i) \\ {}_k \underline{S}_{Bi} &= {}_n S_i - \sum_{k=k+1}^n ({}_k J_i - \underline{Q}_i) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.108)$$

ステップ3「決定変数の制限条件」

使用水量、貯水量に制限条件があるので、当然決定変数にも制限条件が加わる。使用水量上下限による決定変数の制限 ${}_k \bar{q}(Q), {}_k \underline{q}(Q)$ は

$$\left. \begin{aligned} {}_k \bar{q}(Q) &= {}_k J_i - \underline{Q}_i \\ {}_k \underline{q}(Q) &= {}_k J_i - \bar{Q}_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.109)$$

貯水量許容範囲による決定変数の制限 ${}_k \bar{q}(S)$ は

$$\left. \begin{aligned} {}_k \bar{q}(S) &= {}_{k+1} S_{\max i} - {}_k S_i \\ {}_k \underline{q}(S) &= {}_{k+1} S_{\min i} - {}_k S_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.110)$$

両者を総合して

$$\left. \begin{aligned} {}_k\bar{q}_i &= \text{MIN} \{ {}_k\bar{q}_i(Q), {}_k\bar{q}_i(S) \} \\ {}_k\underline{q}_i &= \text{MAX} \{ {}_k\underline{q}_i(Q), {}_k\underline{q}_i(S) \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.111)$$

ステップ4「最適決定の計算」

$${}_k f({}_k S_1, \dots, {}_k S_m) = \underset{({}_k q_1, \dots, {}_k q_m)}{\text{MIN}} \{ E \{ {}_k F({}_k S_1, \dots, {}_k S_m; {}_k q_1, \dots, {}_k q_m) \\ + {}_{k+1} f({}_{k+1} S_1, \dots, {}_{k+1} S_m) \} \} \dots\dots\dots (3.112)$$

すなわち、 ${}_k q_2, \dots, {}_k q_m$ を最初上下限の中間の値に固定し、 ${}_k q_1$ を \underline{q}_1 から Δq_1 ずつ \bar{q}_1 まで変化させる。このとき ${}_k f$ が最小になる ${}_k q_1$ を求めこれを ${}_k q'_1$ とする。次に ${}_k q_2$ を取り出し同様に \underline{q}_2 から Δq_2 ずつ \bar{q}_2 まで変化させ ${}_k f$ を最小ならしめる ${}_k q'_2$ を求める。これをくり返し、 ${}_k q'_i$ ($i=1 \sim m$) を一定値に収れんさせる。

ステップ5「期待コストの計算」

ステップ4で求まった最適決定 ${}_k q'_i$ から

$${}_k G' = {}_k PR' - \sum_{i=1}^m (a_i + b_i {}_k S_i) ({}_k J'_i - {}_k q'_i - Q_{0i}) \dots\dots\dots (3.113)$$

を算出し、これを基に前節の計算方式によって

$$E \{ {}_k F + {}_{k+1} f \}$$

を計算する。

ステップ6「最適コスト関数の近似」

$${}_k \xi_i = \frac{\partial {}_k f}{\partial {}_k S_i} \simeq \frac{{}_k f({}_k S_1, \dots, {}_k S_{\max i}, \dots, {}_k S_m) - {}_k f({}_k S_1, \dots, {}_k S_{\min i}, \dots, {}_k S_m)}{{}_k S_{\max i} - {}_k S_{\min i}} \dots\dots\dots (3.114)$$

すなわち、ステップ3～ステップ5までの計算を ${}_k S_i = {}_k S_{\max i}$ の場合と、 ${}_k S_i = {}_k S_{\min i}$ の2通りの場合について行ない、両者のコストの差と $({}_k S_{\max i} - {}_k S_{\min i})$ の比を求める。ステップ2～ステップ7の計算を各発電所、各時間帯について行なうと決定プロセスに移行するためにスイッチを2に倒す。

ステップ7「結果のプリント」

最適決定から各種のデータを算出する。溢水量は ${}_k S_i + {}_k q'_i > \bar{S}_i$ のとき発生し、その大きさは

$${}_k QW_i = {}_k q'_i - (\bar{S}_i - {}_k S_i) \quad (3.115)$$

である。プリントの内容は

くり返し回数：I

総期待コスト： T_{COST}

発電所番号：i

貯水量： ${}_k S_i (k=1 \sim n, i=1 \sim m)$

水力出力： ${}_k P_i (k=1 \sim n, i=1 \sim m)$

使用水量： ${}_k Q_i (k=1 \sim n, i=1 \sim m)$

溢水量： ${}_k QW_i (k=1 \sim n, i=1 \sim m)$

融通電力： ${}_k PT (k=1 \sim n)$

である。

ステップ8「貯水量仮定値の修正」

貯水量初期値を解で置換える。

3.3.5 数値計算と結果の検討

<1> モデル系統と計算ケース

電力系統の確率的運用の効果を検討するために、水力2機、火力1機からなるモデル系統を用いIBM7074で数値計算を行なった。

(1) 火力発電所

$${}_k F = 1.49 + 2.06 {}_k G + 0.0026 {}_k G^2 (10^3 \text{ ¥/2month}) \quad (3.116)$$

$$\text{融通電力単価 } {}_k \gamma = 4 (\text{ ¥/kW})$$

$$\bar{G} = 7.5 (\text{ MW}), \quad \underline{G} = 2.5 (\text{ MW})$$

(2) 第1水力発電所

$${}_k P_1 = (0.838 + 0.04 {}_k S) ({}_k Q - 0.5) \quad (3.117)$$

$$\bar{Q} = 1.0 (\text{ m}^3/\text{s}), \quad \underline{Q} = 0$$

$$\bar{S} = 2.0 (\text{ m}^3/\text{s}/2\text{month}), \quad \underline{S} = 0$$

(3) 第2水力発電所

$${}_k P_2 = (4.584 + 0.0948 {}_k S) ({}_k Q - 0.5) \quad (3.118)$$

$$\bar{S} = 2.0 (\text{ m}^3/\text{s}/2\text{month}), \quad \underline{S} = 0$$

(4) 流入流量 第3.6表に示すとおり

第 3. 6 表 流入流量と共分散

時間 帯	月 別	$k J_1$ (m^3/s)	$k J_2$ (m^3/s)	$C(k J_1, k J_1)$ (m^3/s) ²				$C(k J_1, k J_2)$ (m^3/s) ²				$C(k J_2, k J_2)$ (m^3/s) ²			
		各 case 共 通	各 case 共 通	case 1	case 2	case 3	case 4	case 1	case 2	case 3	case 4	case 1	case 2	case 3	case 4
1	4 ~ 5	4.7	3.9	2.0	4.0	6.0	8.0	2.0	4.0	6.0	8.0	2.0	4.0	6.0	8.0
2	6 ~ 7	5.8	4.1	2.0	4.0	6.0	8.0	2.0	4.0	6.0	8.0	2.0	4.0	6.0	8.0
3	8 ~ 9	5.8	4.1	2.0	4.0	6.0	8.0	2.0	4.0	6.0	8.0	2.0	4.0	6.0	8.0
4	10 ~ 11	3.4	3.5	2.0	4.0	6.0	8.0	2.0	4.0	6.0	8.0	2.0	4.0	6.0	8.0
5	12 ~ 1	3.0	3.4	2.0	4.0	6.0	8.0	2.0	4.0	6.0	8.0	2.0	4.0	6.0	8.0
6	2 ~ 3	3.3	3.5	2.0	4.0	6.0	8.0	2.0	4.0	6.0	8.0	2.0	4.0	6.0	8.0

(5) 需用電力 第 3. 7 表に示すとおり。

第 3. 7 表 需用電力と共分散

時間 帯	$k PR$ (MW)	$C(k PR, k PR)$ (MW) ²	$C(k PR, k J_1)$ (MW・ m^3/s)	$C(k PR, k J_2)$ (MW・ m^3/s)
	各ケース 共 通	各ケース 共 通	各ケース 共 通	各ケース 共 通
1	75.0	0.0	0.0	0.0
2	60.0	0.0	0.0	0.0
3	80.0	0.0	0.0	0.0
4	90.0	0.0	0.0	0.0
5	90.0	0.0	0.0	0.0
6	80.0	0.0	0.0	0.0

(6) 計算結果 第 3. 1 5 図：case1~case4 までのコスト収束曲線

第 3. 1 6 図：case1 の最適貯水量と最適使用水量

第 3. 1 7 図：case2 の最適貯水量と最適使用水量

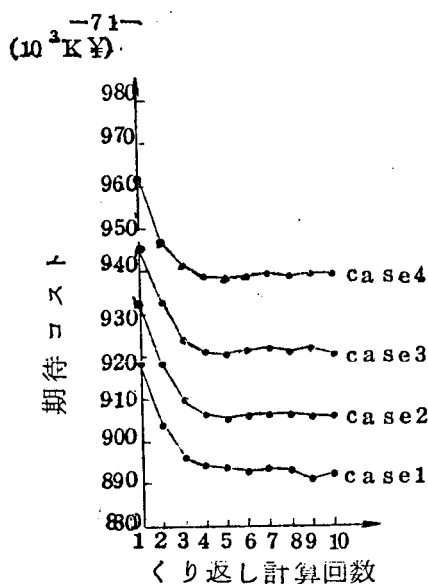
第 3. 1 8 図：case3 の最適貯水量と最適使用水量

第 3. 1 9 図：case4 の最適貯水量と最適使用水量

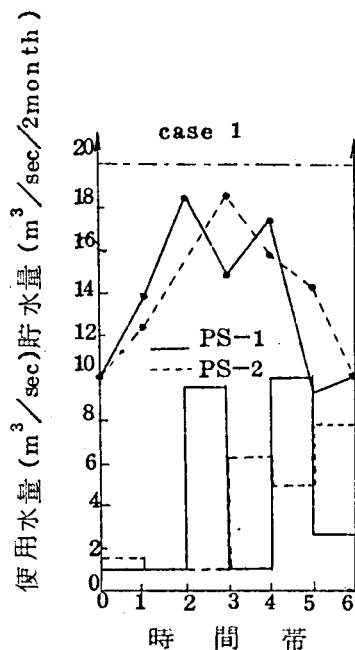
第 3. 2 0 図：case1 の最適発電電力

第 3. 2 1 図：case2 の最適発電電力

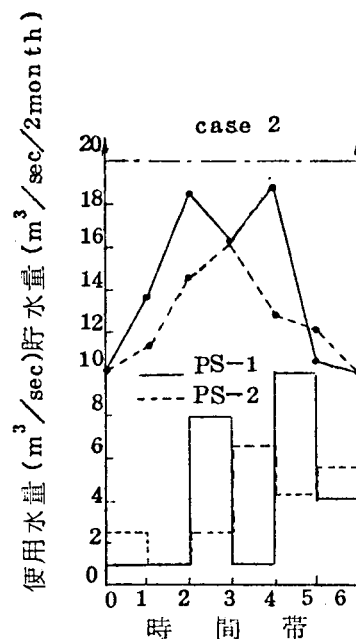
第 3. 2 2 図：case3 の最適発電電力



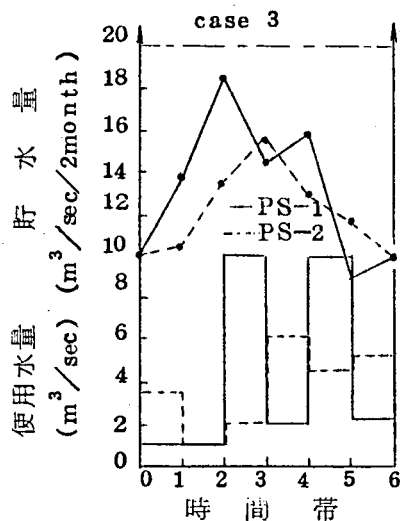
第3.15図 コスト収束曲線



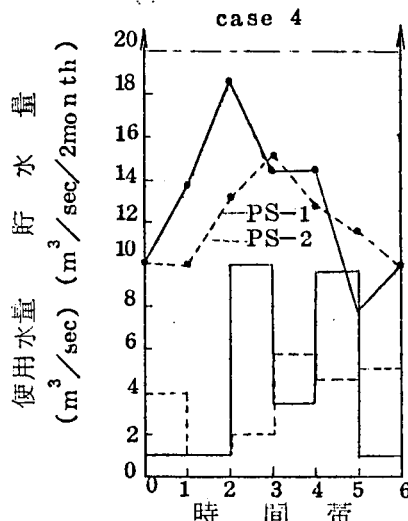
第3.16図 貯水量, 使用水量



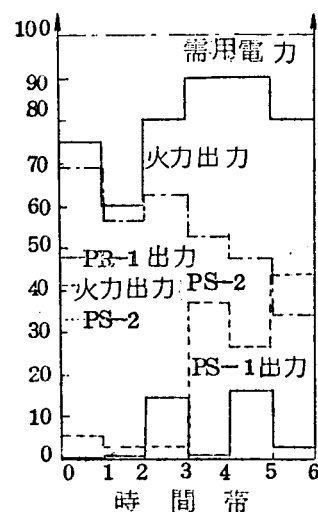
第3.17図 貯水量, 使用水量 (MW)



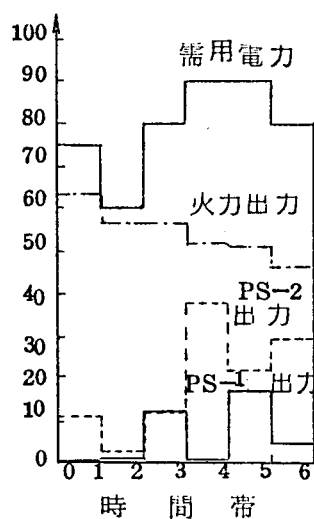
第3.18図 貯水量, 使用水量 (MW)



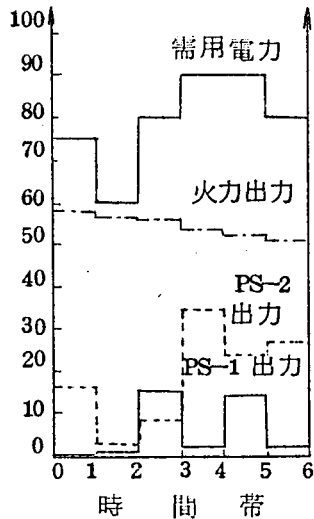
第3.19図 貯水量, 使用水量 (MW)



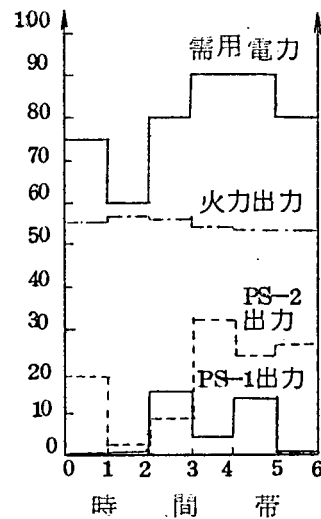
第3.20図 需給電力 case1 (MW)



第3.21図 需給電力 case2



第3.22図 需給電力 case3



第3.23図 需給電力

第3.2.8 図：case4の最適発電電力

なおこの計算には(3.86)～(3.97)の計算方式を採用している。

<2> 電力系統の確率的運用の効果

モデル系統を用いた数値計算と理論的考察から、電力系統の確率的運用は次のような特長を持っていることが明らかになった。

(1) 期待コスト

最適解の期待コストは分散が大きくなるとそれだけ増大している。このことは予想ずれが大きくなるとそれだけ大きな安全度を見込んだ運用を選んでいることを示している。

(2) 低水位運転

各貯水池の流入流量のばらつきは火力発電コストのばらつきに換算される。各貯水池の電水比の大きいところでは流入流量のばらつきがそれだけ拡大されて火力発電コストのばらつきになるので期待コストは高くなる。したがって確率的運用における貯水量カーブは平均値運用に比べると少し低水位運転に移る傾向を持っている。

(3) 火力出力上下限

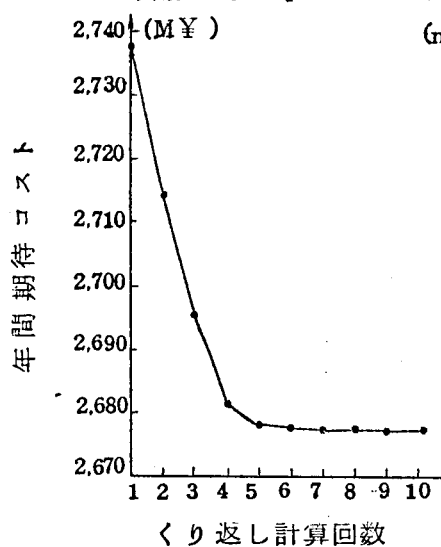
火力出力が上限に近いところでは流入流量が予測値よりも少なく需用電力が予測値よりも多く出たときは融通電力を受けなければならない。したがって最適決定は火力出力上限から少し遠のく方向に修正される。火力出力が下限近くで運転しているところでは流入流量の予測値よりも多く出ても火力出力を減らすことができず火力は下限値に固定される。したがってこの時間帯に関しては期待コストは高くなる。しかしその分だけ水が節約され貯水量が増大するのでそれ以後の時間帯にとっては利益となり、両者が相殺して最適決定への影響は少ない。貯水量が満水に近いところで運転しているときは節約された水が溢水として捨てられるので期待コストは高くなり、最適決定は火力が下限から遠のく方向に修正される。

(4) 使用水量上下限

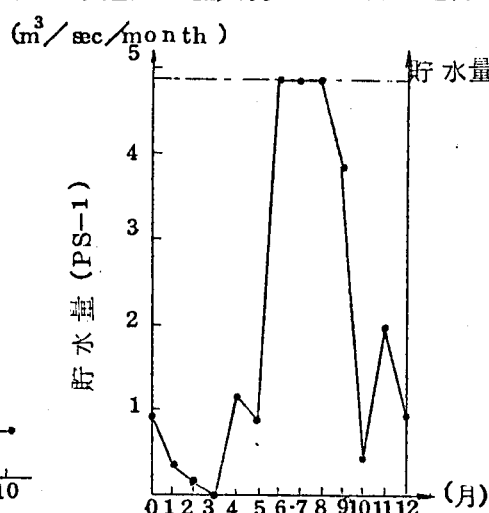
使用水量が上限近くで運転されているところでは流入流量が予測値よりも多くでも水力出力が押えられて火力出力を減らすことができない。したがってこの時間帯で期待コストは高くなるが貯水量が満水状態に近いところでは溢水損が発生するので最適決定は使用水量上限から遠のく方向に修正される。

< 3 > 実系統計算

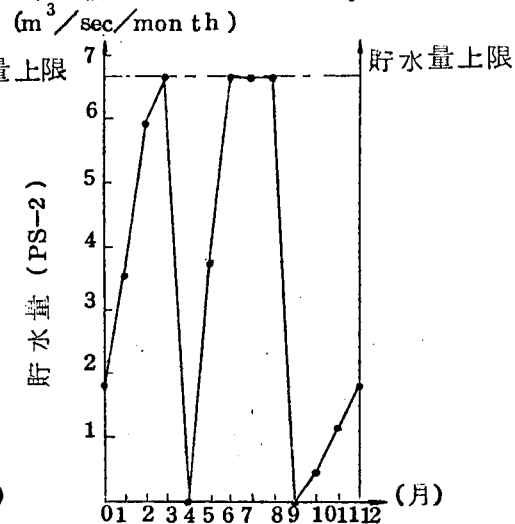
以上のような手法を用いて昭和38年度の四国電力系統の運用方針を導いた。対象とした火力発電所は6機、水力発電所は4機である。火力発電所は能率優先順位と定期点検時期を与えて等価的に1機に集約しておく。水力発電所の貯水池流入流量の平均値と共分散は昭和17年～36年までの20年間の月別流入流量を基に算出したものを用いた。第3.24図は貯水量フラット運転から出発したときの年間の期待コスト収束曲線である。第3.25～3.27図はそれぞれ第1水力発電所、第2水力発電所、第3水力発電所の貯水量推移曲線である。第3.29図は最適解の全火力出力と需用電力の平均値を示すものである。



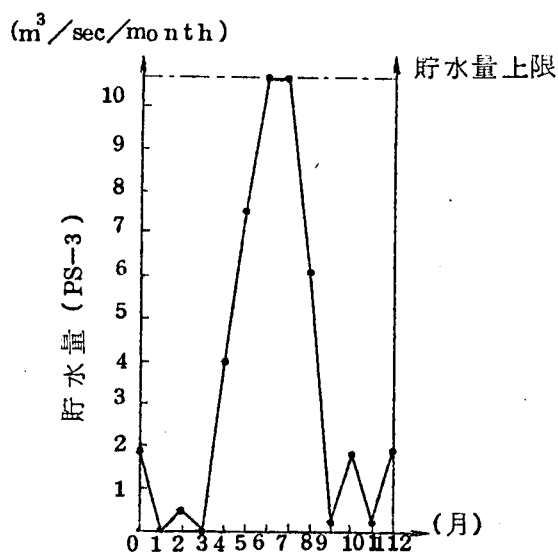
第3.24図 コスト収束曲線



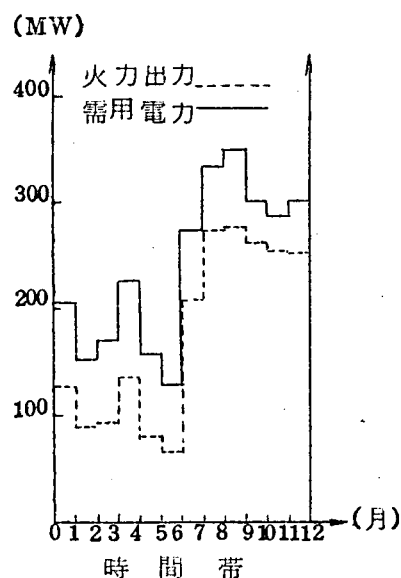
第3.25図 貯水量 (PS-1)



第3.26図 貯水量 (PS-2)



第3.27図 貯水量 (PS-3)



第3.28図 火力出力と需用電力

＜4＞ 検討結果のまとめ

電力系統の長期運用方式に対して確率的な動的計画法を基本とする計算方式を開発し、電力系統の確率的運用の効果を明らかにし、また昭和38年度の四国電力系統の運用を導いた。

多機系統に対する動的計画法の数値計算は困難であるが、確率的な問題では貯水池相互間の相関係数を考慮しなければならないので計算は一段と困難になる。われわれは共分散を用いた期待コスト計算方式と平面近似法の収束計算法でこの点を解決することができた。電力系統の確率的運用は予想がずれた場合に受ける損益を勘案した運用で、通常安全度を見込んだ運用である。われわれは各種の計算方式と各種のモデル系統について数値計算を行ない、電力系統の確率的運用の効果を具体的に検討した。そしてこれは低水位運転でかつ融通電力を受けず、溢水、渴水をさける方向に最適解が修正されることを明らかにした。われわれはまたこの手法を用いて昭和38年度の四国電力系統の運用方針を導き、本計算方式の実用性を示した。

3.4 火力起動停止方式における動的計画法の応用

3.4.1 概 要

火力発電機の停止はボイラの停止または休止を併うので、停止期間の長さによって再起動に要する費用が異なる。また再起動して系統に並列し、負荷をとるまでにかなりの時間がかかる。

このように、火力ユニットを起動停止するには費用がかかるので系統の負荷が小さくなくても、すぐ再び負荷が大きくなるときは火力ユニットを停止しない方が得策かも知れない。また一方、火力を停止すると燃料費は低減するので、水火併用系統で水力が豊富な場合には停止した方が得策かも知れない。このように、どのユニットをどの時点で停止し、起動すべきかを経済的に決める最適スケジュール方式を火力の起動停止方式と呼んでいる。⁽²⁹⁾ 系統が全部火力系統の問題の場合のための手法としては、優先順位法がC.J. Baldwinらによって最初に研究されている。⁽⁵⁷⁾ これは予め発電機の起動停止の順位を効率の順に決めておき、与えられた負荷予想曲線に対し、各時点の必要運転台数をあてはめ、つぎに停止順位の高い発電機から順次停止時刻を早めたり、起動時刻を遅らせたりして、そのつど総

費用（起動費＋無負荷運転費＋発電費）の増減を考える。この試行錯誤を「ある時間以内に起動の必要のある発電機は停止しない」などのルールの範囲内で行い、最終的に、総費用を最小にする発電機の起動停止パターンが求められる。

これと同じく優先順位を決めておく方法であるが、起動コストを燃料費に換算し、増分起動コストを定義し、これを最小にする起動停止パターンを自動的に求める手法が Kerr、豊田によって研究されている。⁽⁵⁸⁾⁽⁵⁹⁾ さらにその拡張として強制停止と通常停止を区別し、かつ最低供給予備力を考慮した計算方式が河竹によって研究されている。⁽⁶⁰⁾ また優先順位を決めないで、あらゆる組合せのなかから最適なものを動的計画法で選ぶ方法が Lowery らによって研究されている。⁽⁶¹⁾

水火併用系統では、水力系の最適配分を火力の起動停止を勘案して決めなければならないので、問題は複雑になる。現在、実際には、水力系の最適配分の問題と火力系の最適な起動停止の問題を分離して解くか、または両系の最適化の計算を交互にくり返しながら、一方の計算結果で他方の条件を少しずつ修正しつつ、全体にわたる最適解に収れんせしめる方法がとられている。

これに対し、全体の問題を同時に解く試みもなされている。

G E の L.L.Garver は線形計画法の整数解法である整数計画法 (Integer Programming) をこの問題に適用している。⁽⁶²⁾ これは火力出力に対する火力発電費用の特性が起動時、停止時に不連続になるが、この方法はこの不連続性を解決することができる。

この方法は明確であり、水火併用系においては正確な最適解を与えるが、整数計画法の数値計算が困難である。その後 1968 年、J.A Muckstal らはこの方法を改良発展させている。⁽⁶³⁾

一方、われわれは、動的計画法を用いて水力の最適配分を決定し、その過程で、火力発電機の起動、停止の可能な組合せを試行して最小費用となる組合せを選んでおく方式を研究した。⁽⁶⁴⁾ 水力は、考察する期間全体にわたる累積総出力が決められている。

したがって、累積水力出力を状態変数に選ぶならば、時間帯の最初の状態変数は 0 であり、最終時間帯の状態変数は予め決められた累積総出力であり、火力起動、停止の問題はこの間を結ぶ最適パスを見つける多段決定過程の問題に変換できる。各段階における決定、すなわち各時間帯における水力出力に対し、火力発電機の可能な起動、停止の組合せを考え、動的計画法の原理にしたがって、それ以後の時間帯に及ぶ影響を考慮しつつ最小の費

用となる組合せを選んでおく。これを各時間帯について逐次計算し、最後に、全体にわたる最適水力出力を選ぶと、自動的に火力の起動停止の組合せが決まる方式である。この研究は水力系が動的計画法、火力系がグラディエント法とそれぞれに適した手法が適用され、その組合せが巧みになされており、特に水力系をディジタル計算機、火力系をアナログ計算機で計算するいわゆるハイブリッド計算機方式の特徴が活かされている。

同じく水火併用システムに対する動的計画法による方法であるが、水力系を協調方程式で解き、火力系の起動、停止スケジュールを動的計画法で解く方式を有働が研究している。⁽⁶⁵⁾これは、前述のように水力系と火力系を交互に最適化し、相互の修正をくり返しながら全体にわたる最適解を取れんさせる弛緩法である。全ディジタル方式であるから高精度であるが、真の最適値への取れん性に保証はない。われわれの方法はハイブリッド計算により動的計画法に特有である可能解の組合せの中から最適解を選ぶ方式であり、計算精度はやや劣るが、真の最適値を間違いなく探索することができる。

3.4.2 動的計画法による計算方式

<1> 変数の定義と関係式

まず本節で取扱う変数を次のように定義する。

${}_k G_i$: 第 k 時間帯における第 i 火力発電所数 ($k=1 \sim n$), ($i=1 \sim m$)

\bar{G}_i : 第 i 火力発電所出力上限値 ($i=1 \sim m$)

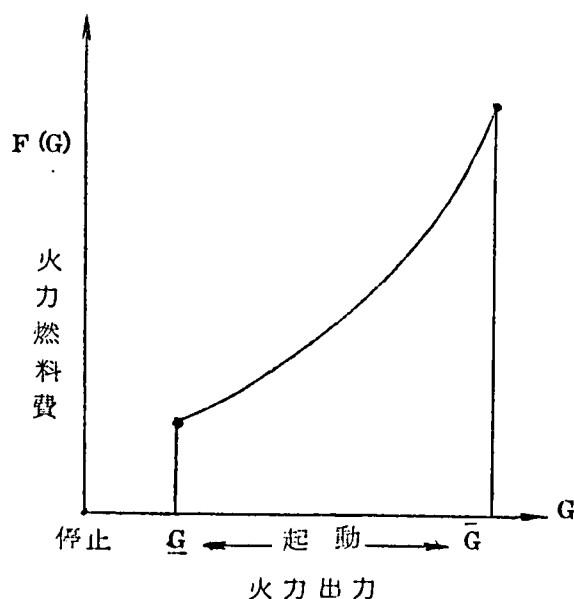
\underline{G}_i : " 下限値 ($i=1 \sim m$)

但し、停止時は $\underline{G}_i = 0$ である。

$F({}_k G_i)$: 第 k 時間帯における第 i 火力発電所の燃料費 ($k=1 \sim n$), ($i=1 \sim m$)

一般に $F({}_k G_i)$ は第 3.29 図に示すような起動時には上下限値の間の連続的な値をとるが、停止時はほとんど 0 であると考えて

${}_k P$: 第 k 時間帯における水力発電所出力 ($k=1 \sim n$)



第 3.29 図 火力燃料費特性

\bar{P} : 水力発電所出力の上限値

\underline{P} : " 下限値

${}_k S$: 第 k 時間帯における累積水力発電所出力 ($k=1 \sim n$) で, 次の関係がある。

$${}_k S = \sum_{j=1}^k {}_j P, \quad {}_0 S = 0 \quad (3.119)$$

$${}_n S = \sum_{j=1}^n {}_j P \quad (3.120)$$

考察期間全般にわたる水力発電所総出力で予め決められている。

${}_k P_R$: 第 k 時間帯における需用電力

${}_k P_L$: " 送電損失

であり, これらの間には, 電力需給の平衡式

$${}_k P_R + {}_k P_L = \sum_{i=1}^m {}_k G_i + {}_k P \quad (3.121)$$

が成り立つ。

全期間にわたる全発電費用は

$$\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^m F({}_k G_j) \quad (3.122)$$

であり, この運用制御の目的は, この値を上述の制限条件のもとに最小にすることであり
火力発電所の起動, 停止, 水力および起動時の火力各発電所の各時間帯における最適出力
を決定することである。

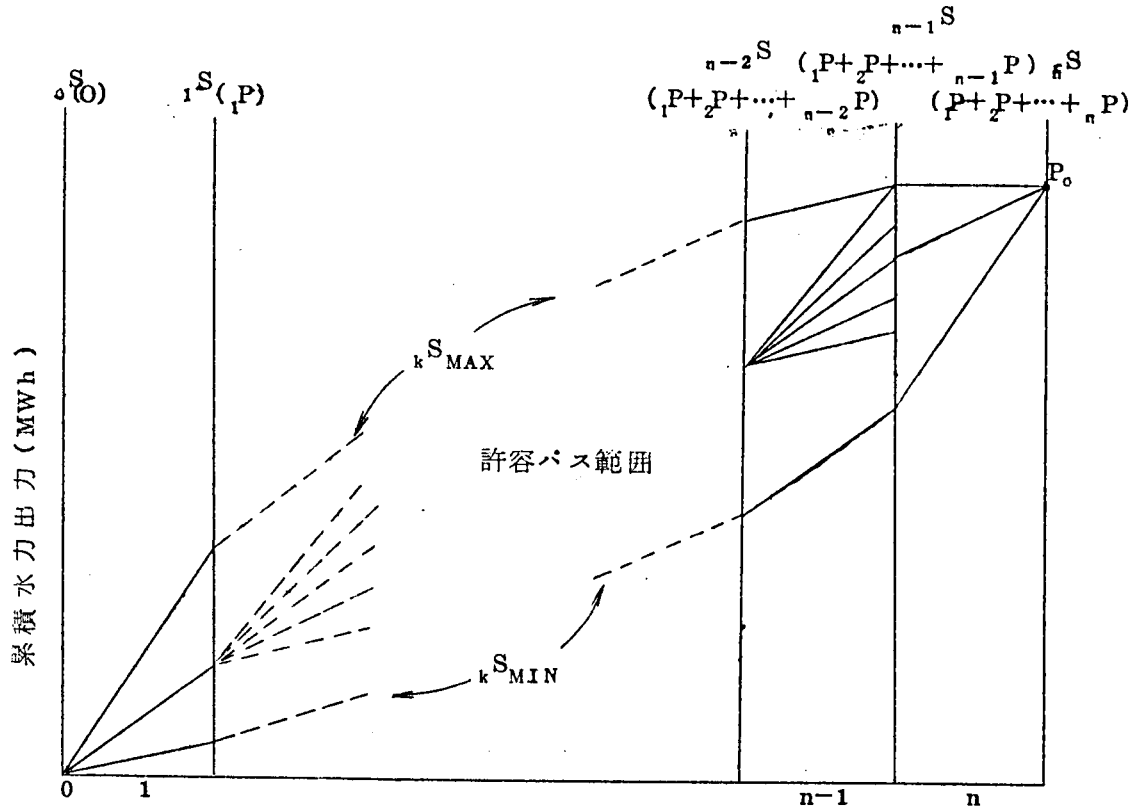
< 2 > 動的計画法の適用

第 3.30 図に示すように水力出力の時間に対する累積 ${}_k S$ を状態変数とし, 各時間の水力出力を決定変数とすれば, この問題は多数決定過程の問題になり, 動的計画法が適用できる。

$${}_k S = \sum_{j=1}^k {}_j P \quad (3.123)$$

であるから, 第 k 時間帯における水力出力 ${}_k P$ は

$${}_k P = {}_{k+1} S - {}_k S \quad (3.124)$$



第 3.3 0 図 水力出力の累積

となる。すなわち、水力出力は、状態変数 S の遷移パスと見ることができる。水力出力は全時間帯における総出力が与えられているので、最終状態 ${}_n S$ は決まっている。したがって問題は初期の状態 ${}_0 S(0)$ から出発し、 ${}_n S$ に到るパスのなかで、この期間の総発電コストを最小にするものを選ぶ多段決定過程に定式化される。

まず最終時間帯 n に着目し、状態 ${}_{n-1} S$ から出発し ${}_n S$ に到るパスを考え、この期間の総発電コストを最小にすることを考える。 ${}_{n-1} S$ をパラメータとして

$${}_{n-1} f({}_{n-1} S) = \min_{\substack{P \\ \sum_{i=1}^m F({}_n G_i)}} \dots \quad (3.125)$$

を (3.121) の制約条件の下に求め、 ${}_{n-1} f$ を n 時間帯における最小コスト関数と呼ぶことにする。この場合

$${}_n P = {}_n S - {}_{n-1} S \quad (3.126)$$

であるから、 ${}_{n-1} S$ を選ぶと ${}_n P$ は自動的に決るので、右辺の最小化は、火力発電所間の出力配分を最経済的に行うことになり、協調方程式を解くアナログ形の計算装置でほとん

と瞬時に計算することができる。もし最適解のなかに火力の下限值 ($G_i = G_i$) をとるものがあれば、この火力は停止した方がより経済的かも知れないので、計算装置の中のリレ回路により強制的に停止させ、そのときの最適解とどちらが経済的であるかを比較して、より経済的な最適解とする。

かくして $_{n-1}f(_{n-1}S)$ が求まると、動的計画法の漸化式に従って

$$_{n-2}f(_{n-2}S) = \min_{_{n-1}P} \left[\sum_{i=1}^m F(_{n-1}G_i) + _{n-1}f(_{n-2}S + _{n-1}P) \right] \quad (3.127)$$

を求める。これを繰り返して、 $_{n-3}f(_{n-3}S), _{n-4}f(_{n-4}S) \dots, _1f(_1S)$ を順次求めると、今度は逆に

$$\min_{_1P} \left[\sum_{i=1}^m F(_1G_i) + _1f(_0S + _1P) \right] \quad (3.128)$$

において、 $_0S = 0$ であるから最適決定 $_1P$ を求め

$$\min_{_2P} \left[\sum_{i=1}^m F(_2G_i) + _2f(_0S + _1P + _2P) \right] \quad (3.129)$$

より最適決定 $_2P$ を求め、以下順次、 $_2P, _4P, \dots, _nP$ を求める。

以上の計算では $_kf(_kS)$ が $_kS$ のあらゆる値に対して求められているという仮定に立っているが、これは計算量の上から現実的でない。しかし実際には水力上下限、火力上下限の制限条件のため $_kS$ にはとりうる値の範囲が限定されていて、この許容範囲内について計算されておればよい。

$$\underline{P} \leq _kP \leq \bar{P} \quad (3.130)$$

$$_kPR - \sum_{i=1}^m _k\bar{G}_i \leq _kP \leq _kPR \quad (3.131)$$

であるから $_kS$ に対し、 $_{k+1}S$ は大きくても $_{k+1}S_{\max}$ 、小さくても $_{k+1}S_{\min}$ の間にある。

$$\left. \begin{aligned} _{k+1}S_{\max} &= \min \left[(_kS_{\max} + P), (_kS_{\max} + _kPR) \right] \\ _{k+1}S_{\min} &= \max \left[(_kS_{\min} + P), (_kS_{\min} + _kPR - \sum_{i=1}^m \bar{G}_i) \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.132)$$

第 3.30 図の許容パス $_kS_{\max}, _kS_{\min}$ はこのようにして求めた範囲を示している。

<3> ハイブリッド形経済負荷配分装置

ハイブリッド形経済負荷配分装置は、1962年に開発されて以来関西電力などで広く用いられているが、火力発電所間の最適配分計算をアナログ計算部で瞬時に解き、水力発電所の時間的な最適配分をデジタル計算機で繰返し解くもので、デジタル、アナログ両計算機の特徴を持っている。⁽³⁰⁾ 第3.3.1図はハイブリッド形経済負荷配分装置のブロック線図である。

図において、デジタル計算機から与えられる需用電力 ${}_k P_R$ と水力発電所出力 ${}_k P_j$ ($j=1 \sim l$)は、系統模擬回路網と λ (増分発電コスト)計算回路に伝達される。系統模擬回路網は、実系統に類似の構成を持つ抵抗回路網で、電力に比例する電流を注入する(負荷は吸収する)ことによって、端子に送電損失率 $\frac{\partial P_L}{\partial P_j}$, $\frac{\partial P_L}{\partial G_i}$ に比例する電圧を得る。 ${}_k \lambda$ 計算機は需給のアンバランスを検出して ${}_k \lambda$ を増減せしめ、需給が平衡したとき ${}_k \lambda$ を一定値に保持するもので、加算積分増巾器で構成されている。火力出力計算機は、

$${}_k \lambda = \frac{\frac{\partial {}_k F}{\partial {}_k G_i}}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial {}_k G_i}} \div \frac{\partial {}_k F}{\partial {}_k G_i} \left(1 + \frac{\partial P_L}{\partial {}_k G_i} \right) = \text{一定} \quad (i=1 \sim m) \quad (3.133)$$

の関係より、 ${}_k \lambda$ が与えられたとき、(3.133)式を満足する ${}_k G_i$ を求める回路で、 $\frac{\partial {}_k F}{\partial {}_k G_i}$ の関数発生器と $\frac{\partial P_L}{\partial {}_k G_i}$ の乗算回路とより構成されている。なお火力は下限値に達したとき停止を試みるため、火力出力に起動、停止選択リレーを介在せしめて出力を0にすることができるよう構成している。

3.4.3 モデル系統による試算と結果の検討

<1> モデル系統

計算に使用したモデル系統は水力1機、火力2機、時間帯数6の系統で各定数は次のとおりである。

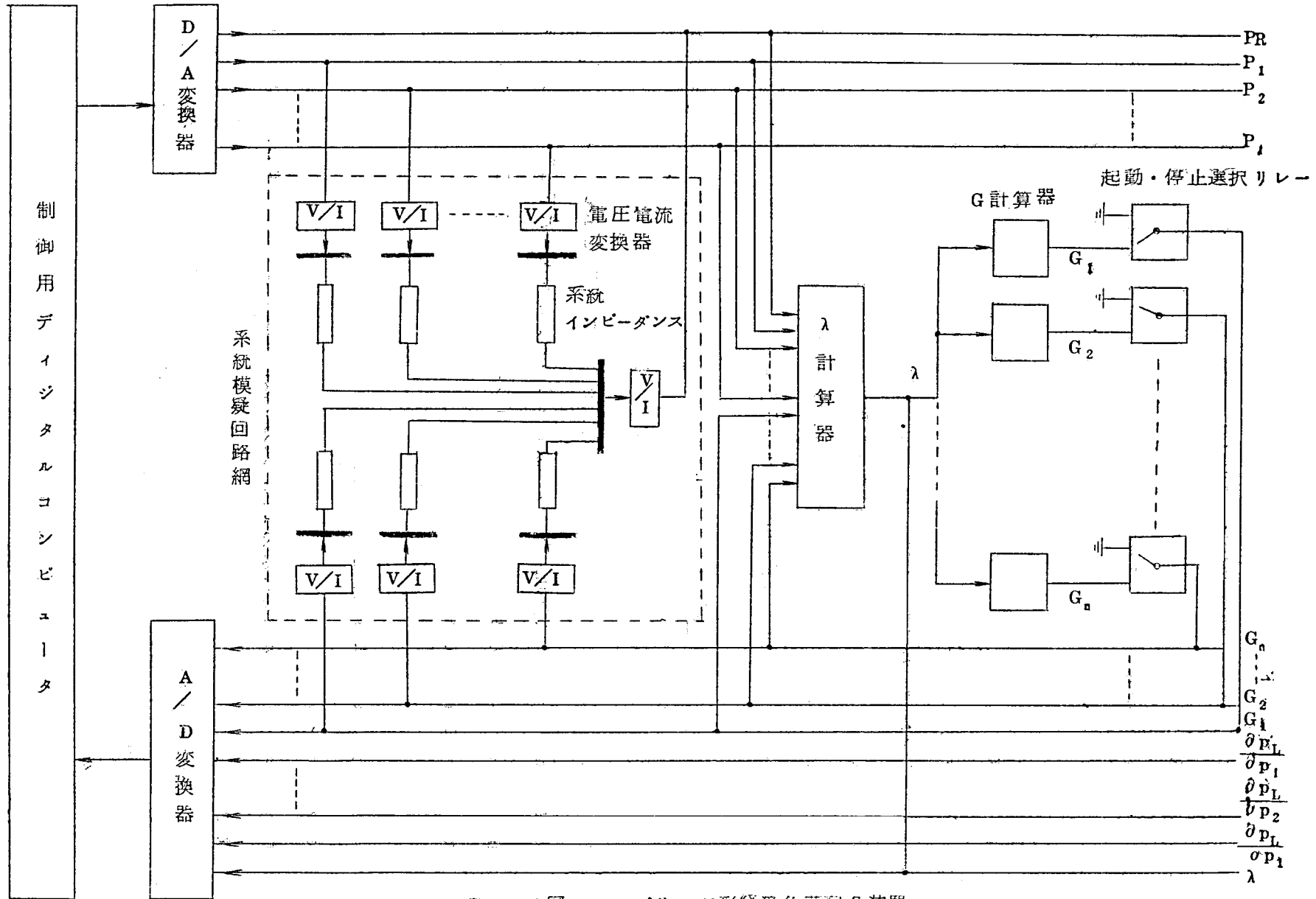
(1) 上下制限条件

水力出力上限値 $\bar{P} = 400 \text{ MW}$

〃 下限値 $\underline{P} = 50 \text{ MW}$

第1火力出力上限値 $\bar{G}_1 = 375 \text{ MW}$

〃 下限値 $\underline{G}_1 = 62 \text{ MW}$



第 3.3 1 図 ハイブリッド形経済負荷配分装置

第2 火力出力上限値 $\bar{G}_2 = 500 \text{ MW}$

“ 下限値 $\underline{G}_2 = 125 \text{ MW}$

(2) 火力発電コスト

$${}_k F_1 = \alpha_{01} + \alpha_{1k} G_1 + \beta_{1k} G_1^2 + r_{1k} G_1^3$$

$$\alpha_{01} = 2.5 \times 10^4 \text{ ¥}, \quad \alpha_{1k} = 2.30039 \text{ ¥/kW}$$

$$\beta_{1k} = -1.53750 \times 10^{-4} \text{ ¥/(kW)}^2, \quad r_{1k} = 1.18164 \times 10^{-6} \text{ ¥/(kW)}^3$$

$${}_k F_2 = \alpha_{02} + \alpha_{2k} G_2 + \beta_{2k} G_2^2 + r_{2k} G_2^3$$

$$\alpha_{02} = 7.5 \times 10^3 \text{ ¥}, \quad \alpha_{2k} = 1.52809 \text{ ¥/kW}$$

$$\beta_{2k} = 4.44213 \times 10^{-4} \text{ ¥/(kW)}^2, \quad r_{2k} = 2.37037 \times 10^{-6} \text{ ¥/(kW)}^3$$

ただし $G_1 = 0$ (停止) のとき $\alpha_{01} = 0$

$G_2 = 0$ “ $\alpha_{02} = 0$

(3) 水力全発電力

$$P_H = \sum_{k=1}^6 {}_k P = 1400 \text{ MW}$$

(4) 需給バランス

$${}_k PR + {}_k P_L = {}_k G_1 + {}_k G_2 + {}_k P \quad (k=1 \sim 6)$$

ただし ${}_k PR$: 第 k 時間帯の需要電力

${}_k P_L$: “ 送電損失

(5) 格子状分割幅

状態量の分割幅 $\Delta S = 50 \text{ MW}$

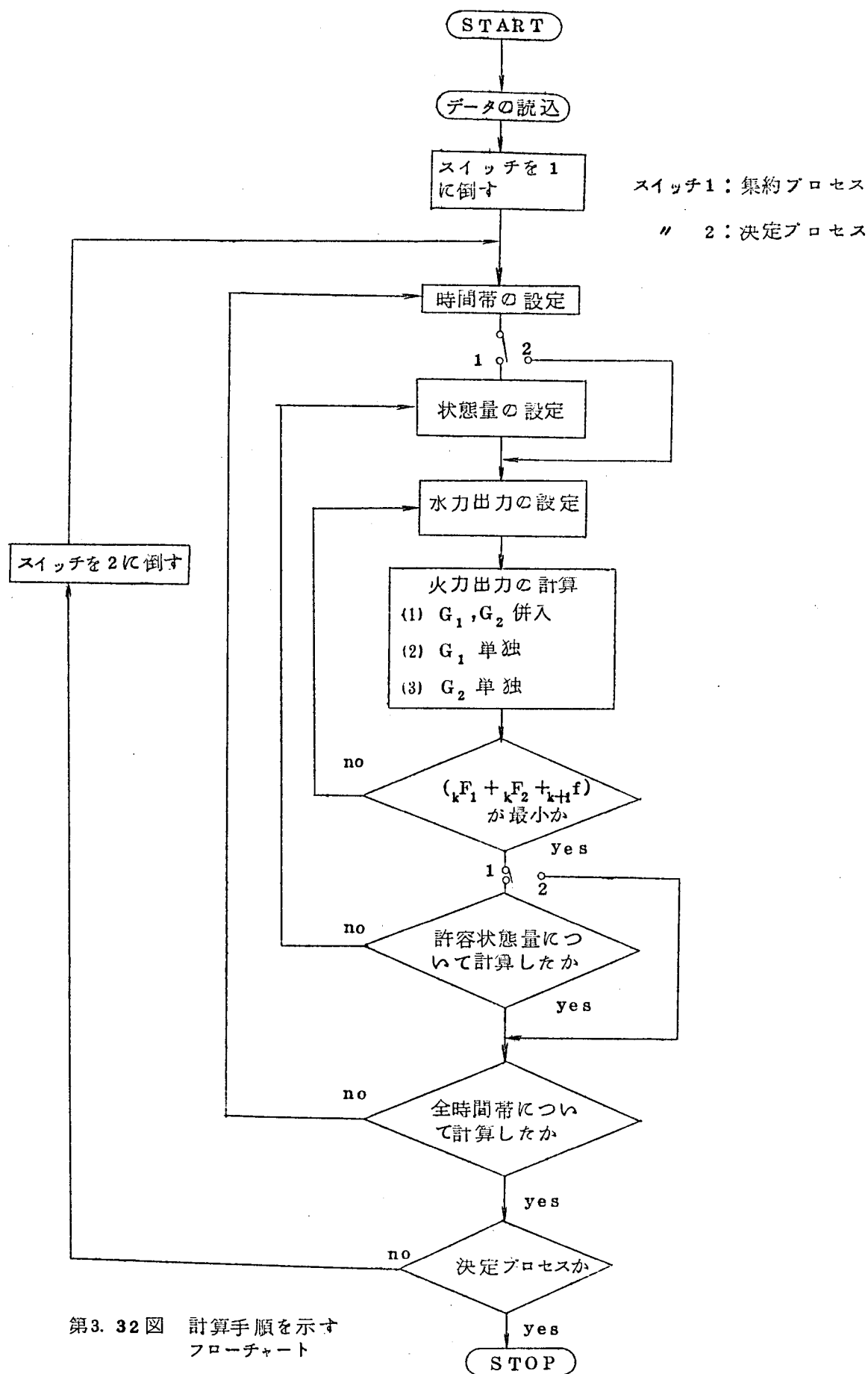
決定変数の分割幅 $\Delta P = 50 \text{ MW}$

<2> フローチャート

第3.3.2図に計算手順を示すフローチャートを示す。図において、集約プロセスとは、最適コスト関数を求める backward 計算過程、決定プロセスとは最適決定を求める forward をいう。

<3> 計算条件

計算には比較のため同一のデータを用いて



ケース 1 : 火力起動停止を行う場合

ケース 2 : " を行わない場合

の 2 つの場合について行っている。

第 3.3.3 図はケース 1 (起動停止を行う場合) の許容パスであり, 第 3.3.4 図はケース 2 (起動停止を行わない場合) の許容パスである。

< 4 > 計算結果

第 3.3.5 図は各状態点における最適コスト関数とそこから出発する最適パス (ケース 1)

第 3.3.6 図 " " (ケース 2)

第 3.3.7 図は最適解の水力出力 (ケース 1 と ケース 2), 第 3.3.8 図は最適解の第 1 火力出力 (ケース 1 と ケース 2), 第 3.3.9 図は最適解の第 2 火力出力 (ケース 1 と ケース 2) である。

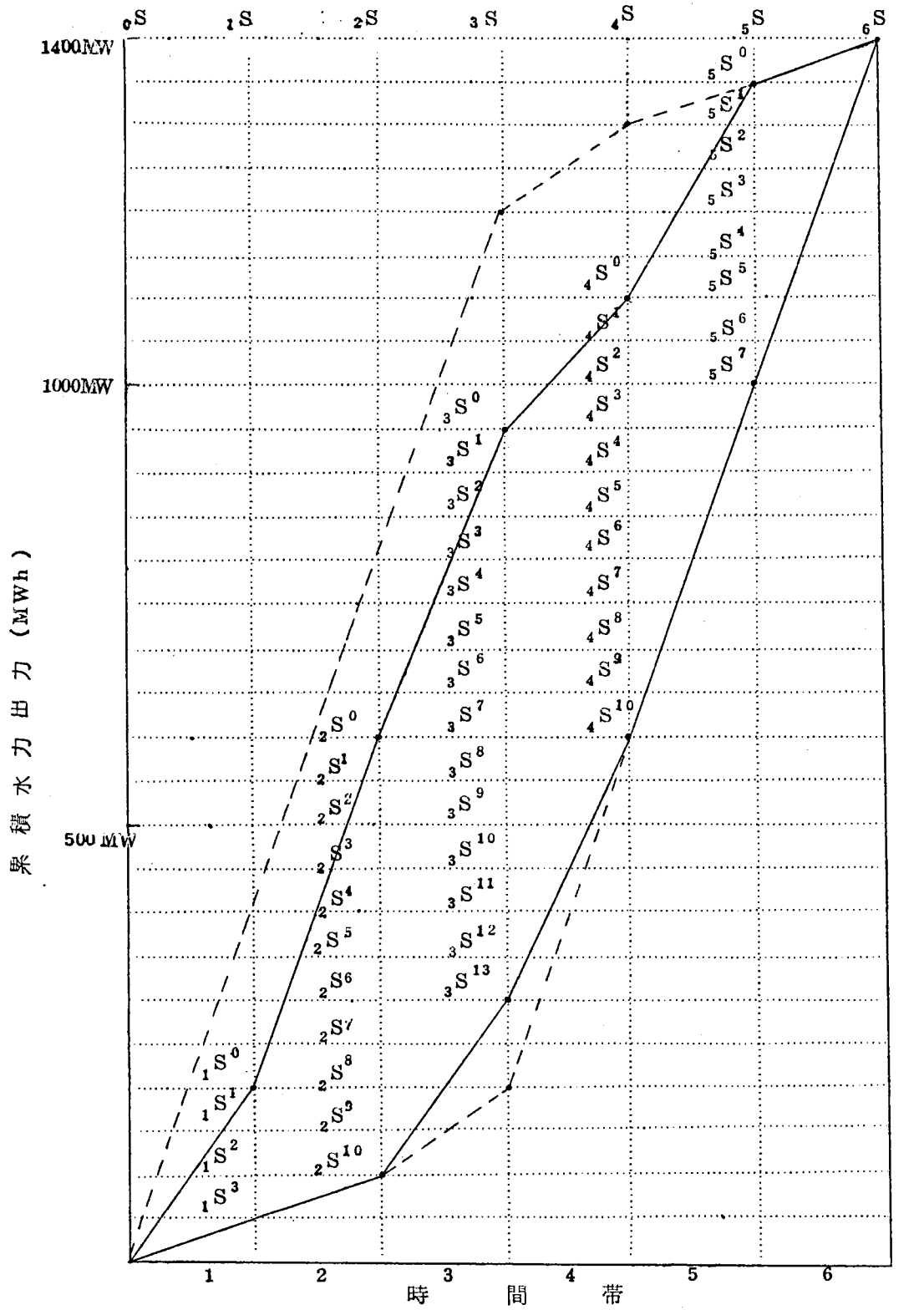
最適解コスト関数は各状態点に 10 k¥ を単位として記入されており, 最適パスは点線で示し, そのコストを併記している。図中の 1 点鎖線は $_1S$ から出発し, $_7S$ に終る全体にわたる最適パスを示す。

3.5 結果の検討

火力の起動停止を行なう場合 (ケース 1) は起動停止を行わない場合 (ケース 2) よりも全発電コストが 416.6 k¥ 安くなっている。これは全系統経費の 4.22% に相当するコスト低減である。この計算では起動費用を考えていないが, たとえこの費用を追加しても 2 ~ 3 % のコスト低減は可能であろう。

最適解では第 1 火力発電機が第 1, 第 2, 第 6 時間帯で停止している。これらの時間帯では需用電力が比較的小さいからである。全般的な傾向としては能率のよい第 2 火力発電機をできるだけ使用し, 残りの変動成分を第 1 火力と水力で分担する。そして軽負荷時 (第 1, 第 2, 第 6 時間帯) で水力を使用して第 1 火力を停止し, 重負荷時 (第 3, 第 4, 第 5 時間帯) では第 1 火力出力を使用している。これは軽負荷時における停止による燃料費の節約の方が重負荷時における火力発電費用の増加よりも大きいことを示している。

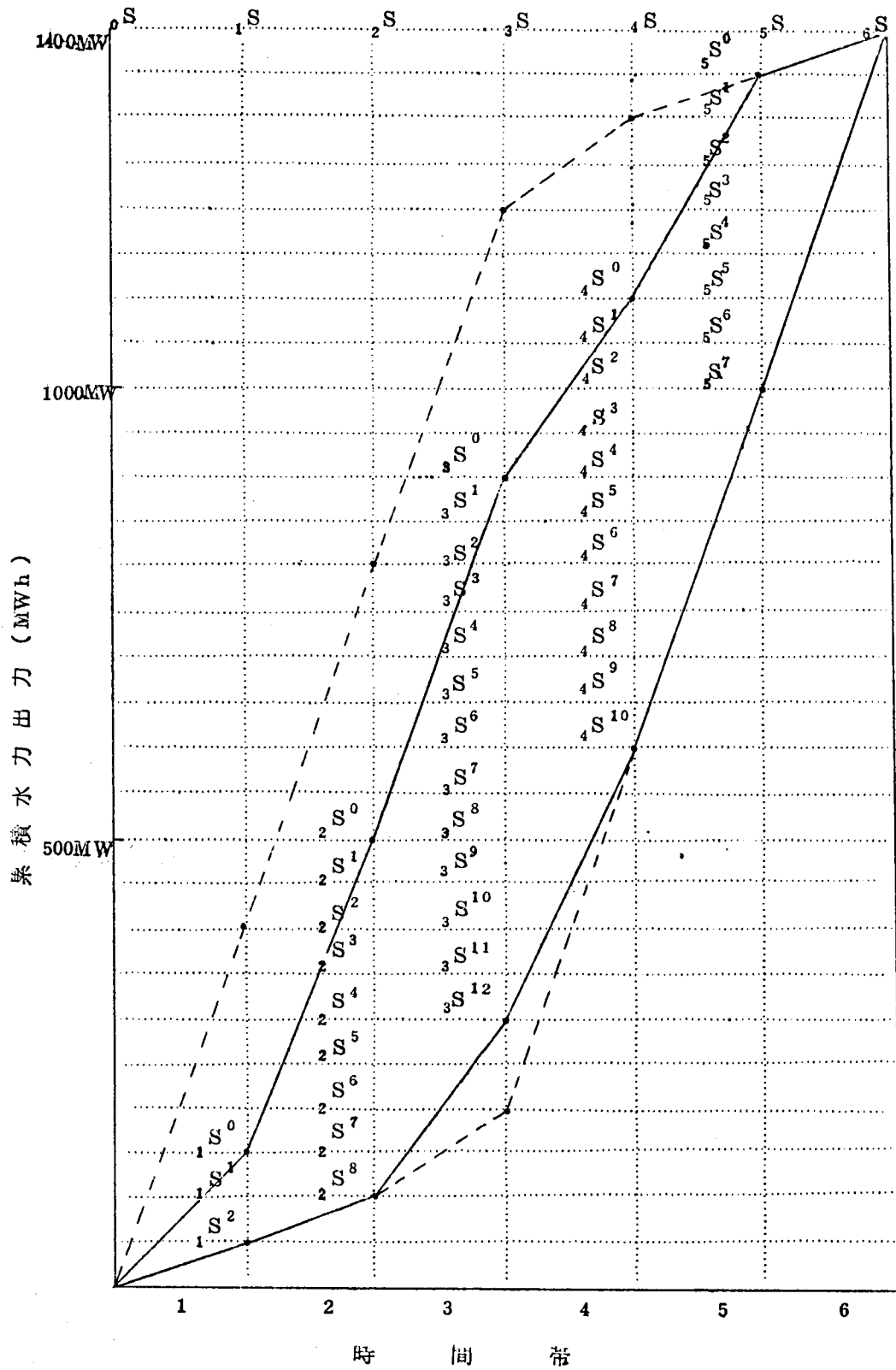
本計算は日立制御用計算機 HITAC-502 で約 25 分の計算時間を要している。計算時間



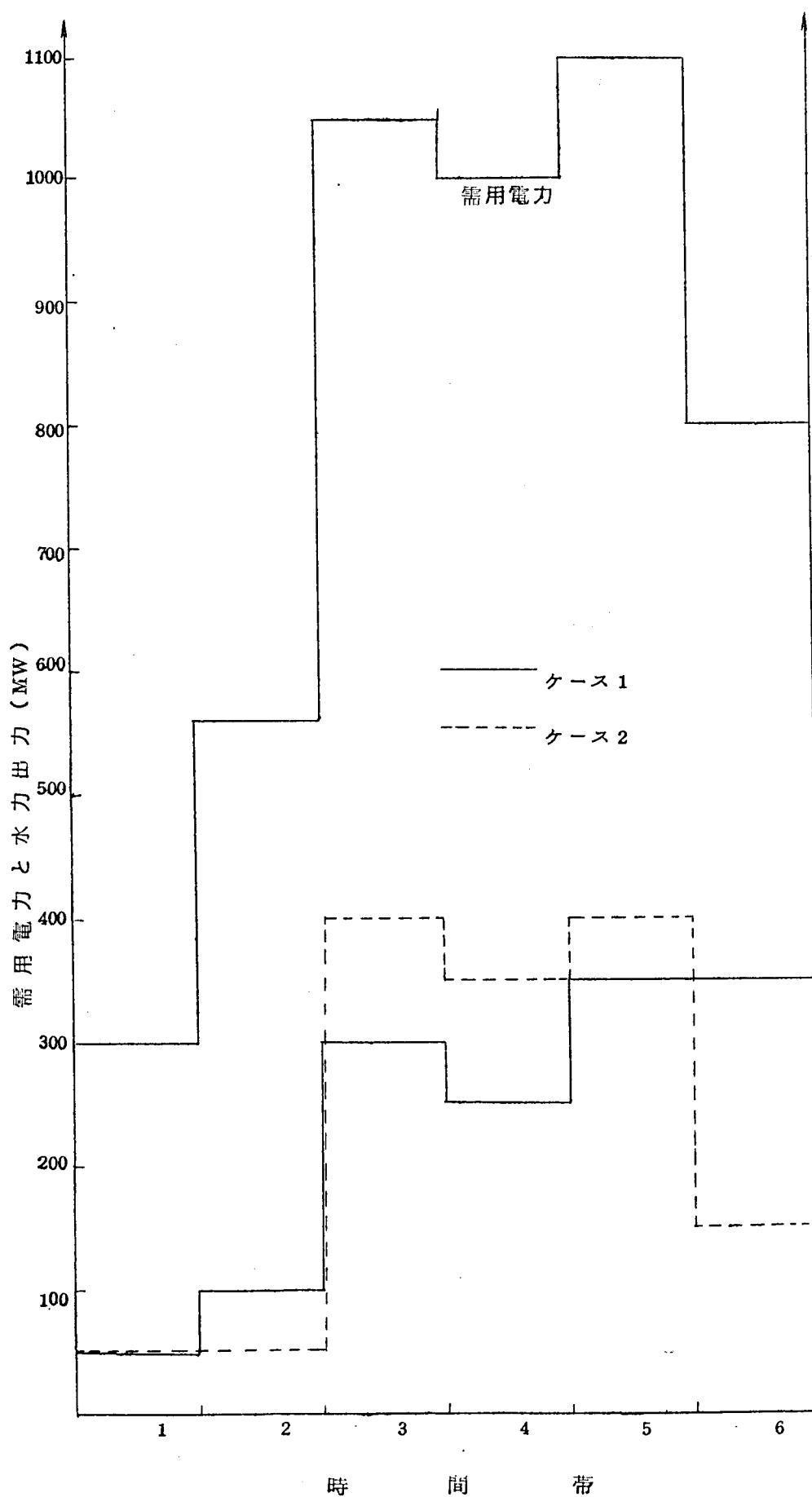
点線…… (水力出力上下限)

実線…… (水力出力上下限+火力出力上下限) による S の制限

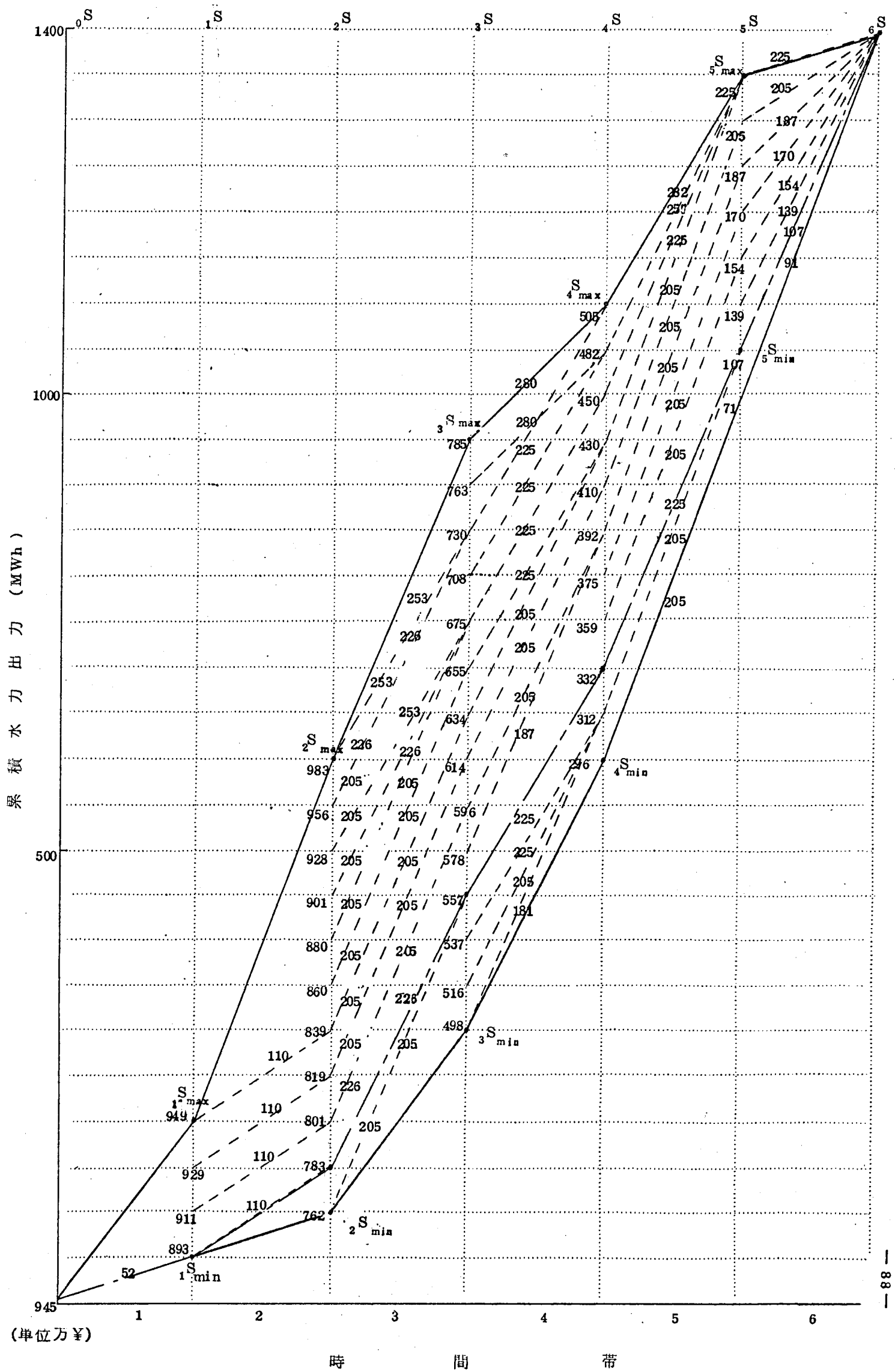
第 3.33 図 起動停止を行なう場合の許容バス範囲



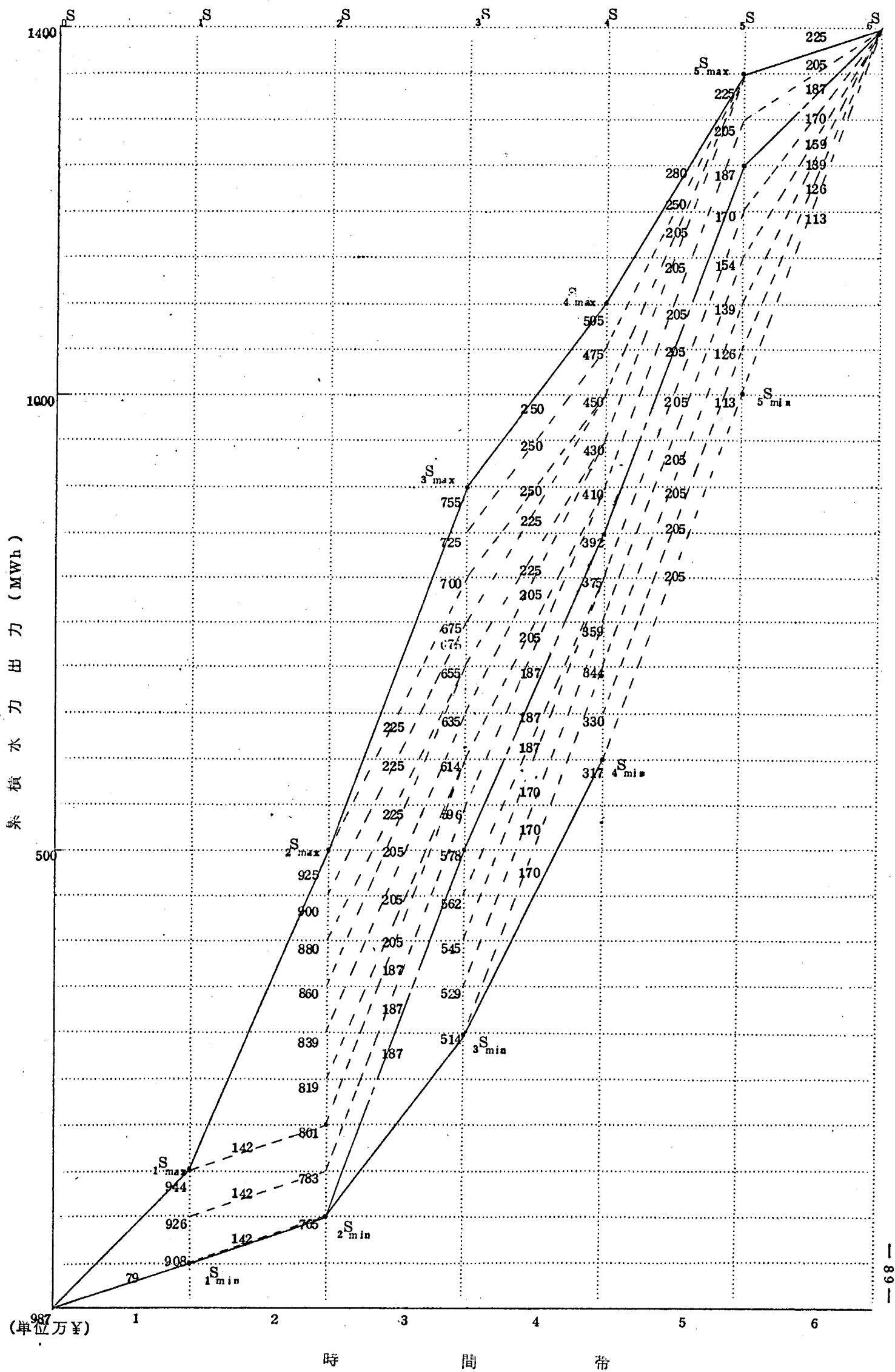
第 3.34 図 起動停止を行わない場合の許容パス範囲



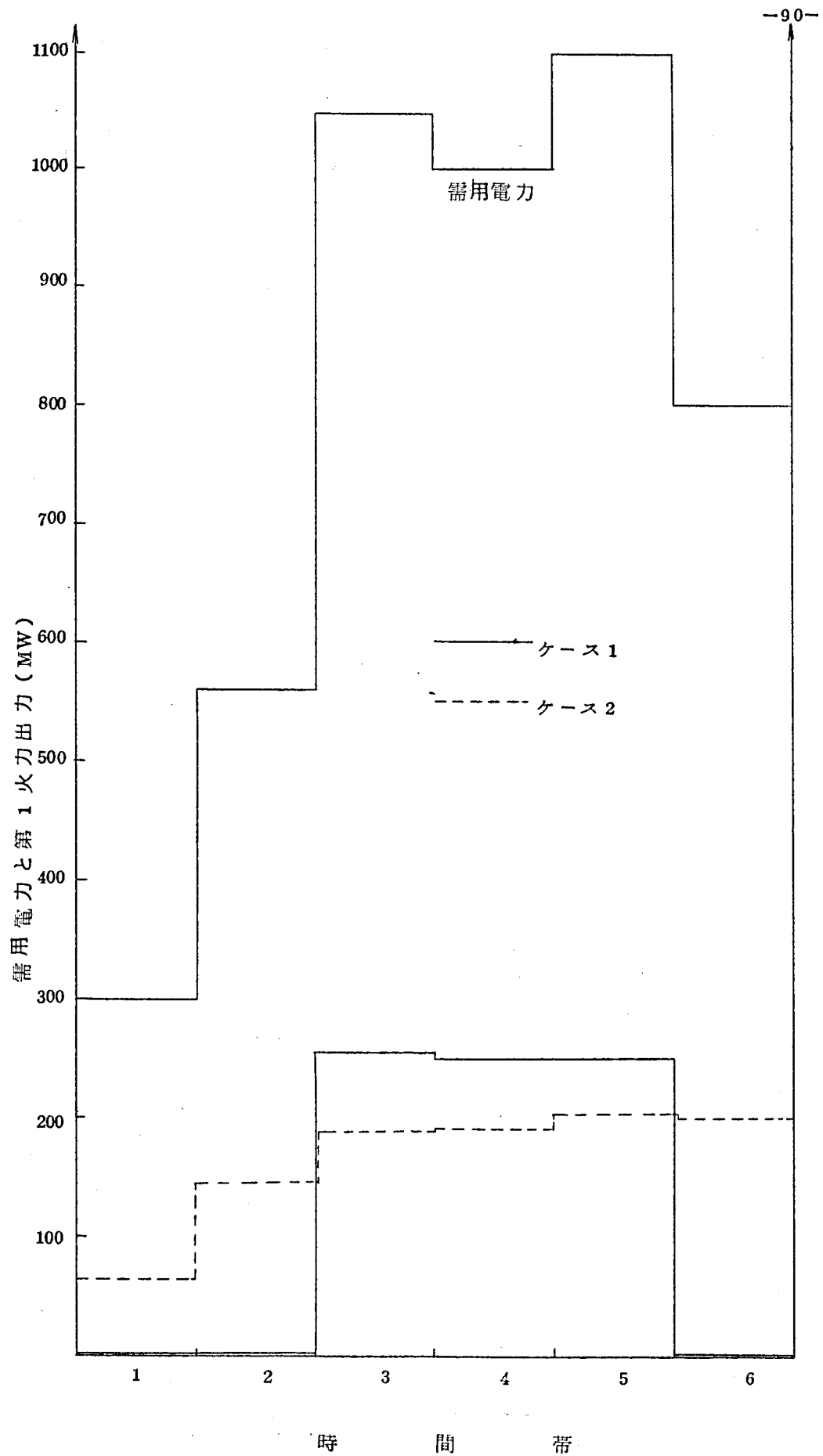
第 3. 37 図 水 力 出 力



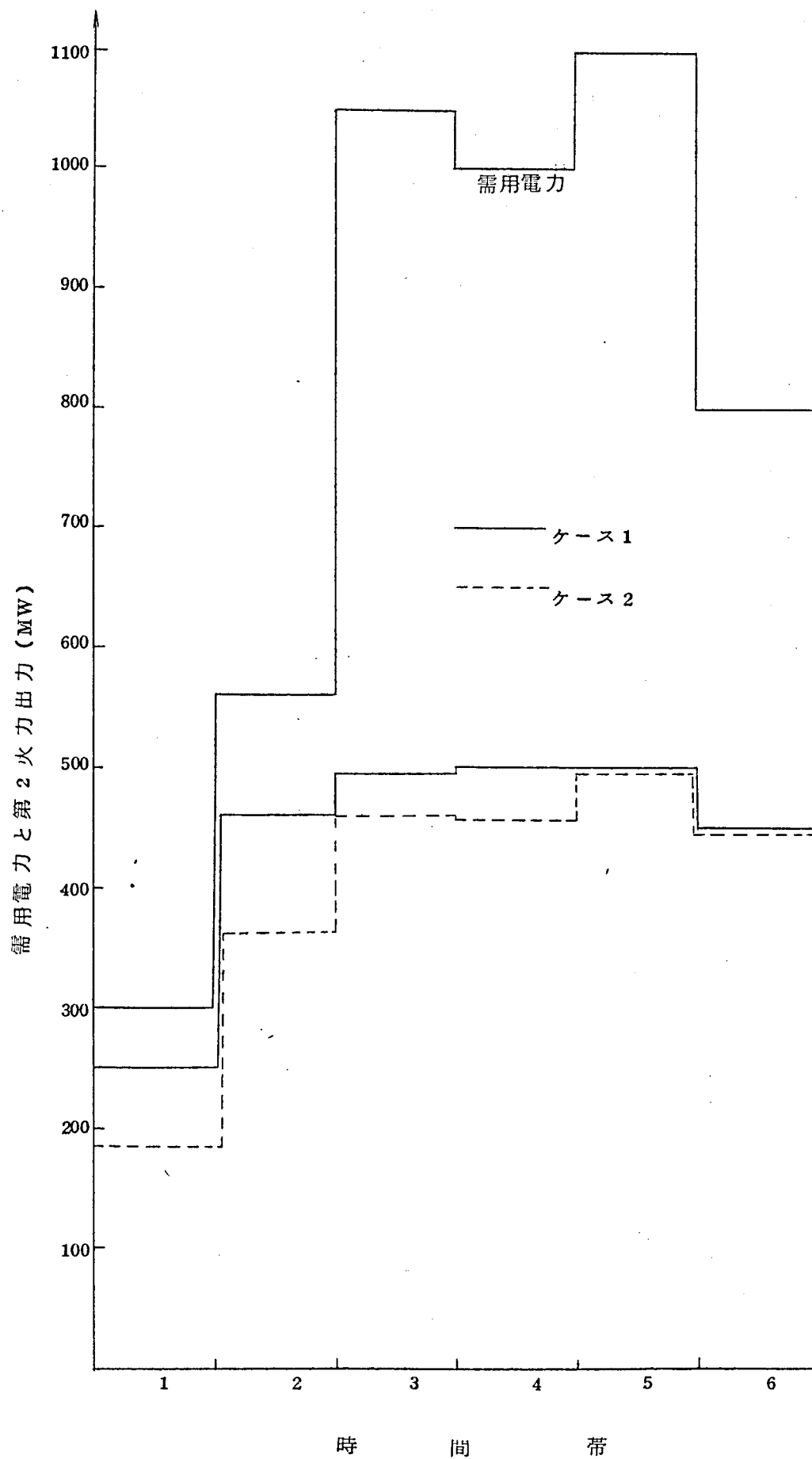
第 3.35 図 最適コスト関数と最適パス (ケース 1)



第 3.36 図 最適コスト関数と最適パス (ケース 2)



第 3.38 図 第 1 火力出力



第 3.39 図 第 2 火力出力

帯数と分割ステップ数にほぼ比例するが，発電所数の増加に対してはべき乗で増す。水力機数の増大する対策としては，われわれがさきに「電力系統の長期経済運用計算」の手法として開発した多次元平面近似法を採用することを検討しなければならないであろう。

3.5 電圧無効電力のマルチレベル制御方式

3.5.1 概 要

電力システムの電圧無効電力制御の基礎理論は，1964年に尾出らにより発表されている。⁽⁶⁶⁾これは電力系統の各所の電圧無効電力の制御を各変電所に設置された負荷時電圧調整器，静止形調相設備および発電機によって，相互の協調をとりながら行うものである。最初はこの計算機により集中制御する方式が研究されている。

負荷時電圧調整器のタップ操作量，静止形調相設備の操作量，発電機無効電力の操作量などの制御変数には，とりうる値の上下制限条件がある。また系統各所の電圧，無効電力および各線路の無効電力潮流などの制御量には目標値とその許容変動巾がある。この制約条件，範囲内で，線路の無効電力潮流による送電損失を最小にするか，または系統各所の電圧偏差の自乗和を最小にする最適制御方式などが主として研究されている。このような最適制御を行うためには系統の電圧無効電力に関する数学モデルが必要であるが，これまでのところ制御量と制御変数の間の1次近似式を用いることが多い。この関係式の係数は系統の電圧，無効電力に関する特性定数のマトリックスと呼ばれ，あらかじめ解析または実験により求めておかれる。

この最適制御問題は，不等式制限条件のもとにおける極値問題であるから，一般には，非線形プログラミングで取扱うべきものである。西山，尾出らはグラディエント法，LP法，制約条件に入れたあとで最適化する特殊なアルゴリズムなどを研究している。⁽⁶⁶⁾その後，小宮，尾出らにより，系統の特性マトリックスをインピーダンスマトリックスから計算で求める方法，⁽⁶⁷⁾成田らにより感度行列による方法などが研究された。⁽⁶⁸⁾⁽⁶⁹⁾また最適計算の手法としては，松本らによる最大原理によるもの，⁽⁷⁰⁾壇上らによるLagrangeの未定係数法によるものがある。⁽⁷¹⁾⁽⁷²⁾そして最近実運転に入った結果が発表されるに到っている。⁽⁷³⁾一方，系統の電圧無効電力は系統各部における操作の影響が全体に波及することが少く，かなり局所的な制御ですむことが多いため，集中方式に対する反省がなされ，局所的制御

を基礎にして高位の計算機または制御装置により全体としての協調をとる階級構成が研究されている。すなわち上位レベルで1次系統を対象として中央に設置した計算機による集中制御方式をとり、2次系の電圧制御は1次系に連系する1次変電所を中心にして系統内の電圧調整を行うものである。

しかしながら、この方式に関する1次系と2次系の制御をいかに協調させるか、すなわち2次系の目標値を1次系との関連において決めなければならない問題がある。

この問題に対してマルチ・レベル制御理論が適用できる可能性があり、1966年に筆者⁽⁷³⁾が、1969年に石田氏⁽⁷⁴⁾らが理論的な定式化を行っている。筆者らの研究は特にシステムの装置化の観点から、局地制御にアナログ形の最適化制御装置を用いるための方式的な研究、またその装置の原理確認を行っているところに重点がある。⁽⁷⁵⁾

筆者らの研究は、まず感度解析により系統特性マトリックス、送電損失に対する無効電力潮流の感度係数マトリックスを求め、次に全系統を2次系のブロック単位に分け、2次系ブロックに対しては自系の目標関数を最小にするアナログ最適化制御装置を設置する。このアナログ装置はKuhn-Tuckerの条件を自動求解する装置である。⁽⁷⁶⁾ 中央では各ブロックの目標関数の総和を最小にするような中央とブロックとの結合点における無効電力潮流を決定する。このとき、中央とブロックとの間では、結合点の両側からみて、増分コスト（通過する無効電力潮流に対する目標関数の変化量）が一致する方向に進む最適化アルゴリズムを用いている。

3.5.2 マルチ・レベル制御理論の数値解法

マルチレベル制御理論は最初CITのJ.D.Pearson, L.Lefkowitz達によって階級構成をなす制御システム全体の最適化を計る手法として研究されているが、⁽⁷⁷⁾ 歴史的にみると線形計画法の分解原理から始まっている。線形計画法の分解原理は線形条件のもとにおける線形の目的関数の最適問題に適用が限られること、一定期間における目的関数の総和を最適化するといった動的最適問題に適用し難いこと、また数値計算法の点からオンライン制御の要求するリアル・タイムの応答性を満足しない等の難点があった。Pearsonはこれを非線形、動的最適化に適用できる手法に拡張し、マルチ・レベルプログラミングと名付けた。Pearsonの方法は条件付極値問題におけるLagrangianの原理と双対定理の組合せによって問題を分解するものであるが、単に非線形、動的最適化の問題に適用で

きというだけでなく数値計算法も簡略化されている。

しかし同じく分散制御の手法でありながら、米国の連系電力系統の経済融通計算に用いられている等増分コスト法(Equal Incremental cost法)は火力系にだけ適用範囲が限られており、また解に収れん性の保証はないが、実際のオンライン制御にはこの手法が広く適用されている。⁽²⁸⁾ これは連系線の両側で増分コストが一致するように制御する最も簡単な分散制御方式であるため制御装置の構成が簡単になり、データ伝送量が少ないなど経済性が高い特徴があるためである。われわれは、これまでの電力系統の最適運用制御に対するシステム技法の適用の経験から、等増分コスト法に対応した簡単なマルチレベル制御の数値解法を確立しておく必要性を感じていた。われわれは線形計画法の分解原理、マルチレベル制御に共通する数値計算法が、Lagrangeの未定乗数を媒介とする弛緩法であることに着目し、マルチレベル制御理論の数値計算法として等増分コスト法と類似の改訂マルチレベルプログラミングを導き、装置構成の簡単化を計った。

<1> マルチ・レベル制御の原理

第3.4.0図に示すような入出力が互に連系されてなるサブシステムの集合を考える。サブシステム S_i はベクトル入力 $\underline{x}_i \in \mathbb{R}^{q_i}$ 、 $\underline{m}_i \in M_i^{r_i}$ とベクトル出力 $\underline{y}_i \in Y_i^{p_i}$ を持ち、それが

$$\underline{y}_i = \underline{g}_i(\underline{x}_i, \underline{m}_i) \quad (i=1 \sim n) \quad (3.133)$$

なる入出力関係式で表わされるものとする。ここに q_i, r_i, p_i はベクトル集合の次元である。サブシステム S_i の連系状態は

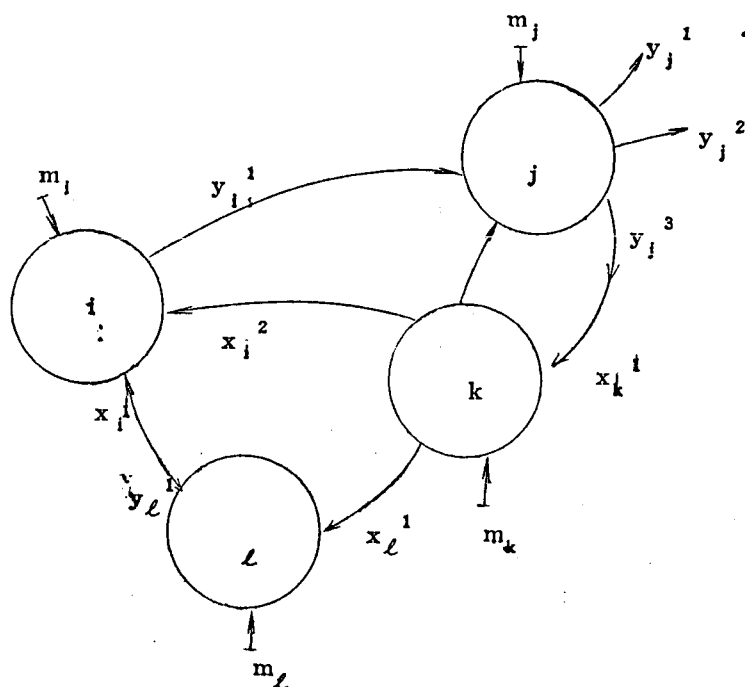
$$\underline{x}_i = \sum_{j=1}^n C_{ij} \underline{y}_j + C_i u \quad (3.134)$$

で与えられるものとする。すなわち S_i の入力 \underline{x}_i は他の出力 \underline{y}_j とシステムスカラー入力 u とから決るもので、 C_{ij}, C_i は結合マトリックスである。 u はシステムの外部から取り入れられるもので、制御変数ではなく1つの境界条件である。実際のプロセスでは各種の物理的な制限が存在するので、各サブシステムでは次の不等式の制約条件

$$R_i(\underline{y}_i, \underline{m}_i, \underline{x}_i) \geq 0 \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (3.135)$$

を考慮する。制御の目的はトータルシステムの利益 $F(\underline{y}, \underline{x}, \underline{m})$

$$F(\underline{y}, \underline{x}, \underline{m}) = \sum_{i=1}^n f_i(\underline{y}_i, \underline{x}_i, \underline{m}_i) \quad (3.136)$$



第 3.40 図 入出力が連系されたサブシステム

を最大にすることである。ここに f_i はサブシステム i の利益であり、

$$\underline{y} = [\underline{y}_1, \underline{y}_2, \dots, \underline{y}_n]^T$$

$$\underline{x} = [\underline{x}_1, \underline{x}_2, \dots, \underline{x}_n]^T$$

$$\underline{m} = [\underline{m}_1, \underline{m}_2, \dots, \underline{m}_n]^T$$

と表わすものとする。ここでとりあげる問題は連系条件 (3.135) を満足しながらトータルシステムの利益 $F(\underline{y}, \underline{x}, \underline{m})$ を最大にする入力 $\underline{m}_i \in M_i^{r1}$ を選ぶことである。以下では f_i は凹関数であり、 g_i は \underline{m}_i に関して可制御性 (controllability) の条件を満足するものとする。

この問題の解を $(\hat{\underline{y}}, \hat{\underline{x}}, \hat{\underline{m}})$ とするとき、Bliss の変分法により次の定理が成立する。

定理：Lagrangian 関数 $L(\underline{y}, \underline{x}, \underline{m}, \underline{s}, \underline{p}, \underline{\pi}, \underline{\mu})$ が点 $(\hat{\underline{y}}, \hat{\underline{x}}, \hat{\underline{m}}, \hat{\underline{s}})$ において停留値をとるような少なくとも 1 つは非零の未定乗数 $\underline{p}, \underline{\pi}, \underline{\mu}$ が存在する。ここに

$$\begin{aligned} L(\underline{y}, \underline{x}, \underline{m}, \underline{s}, \underline{p}, \underline{\pi}, \underline{\mu}) \triangleq & \sum_{i=1}^n \{ f_i(\underline{y}_i, \underline{x}_i, \underline{m}_i) + \underline{p}_i^T (g_i(\underline{x}_i, \underline{m}_i) - \underline{y}_i) \\ & + \underline{\pi}_i^T (\sum_{j=1}^n C_{ij} \underline{y}_j + C_{iu} - \underline{x}_i) + \underline{\mu}_i^T (R_i(\underline{y}_i, \underline{x}_i, \underline{m}_i) - s_i^2) \} \end{aligned} \quad (3.137)$$

s_i は不等式条件 R_i を等式条件に変えるスラック変数であり、

$$R_i(\underline{y}_i, \underline{x}_i, \underline{m}_i) - s_i^2 = 0 \quad (3.138)$$

L が停留値をとる条件は $(\hat{\underline{y}}, \hat{\underline{x}}, \hat{\underline{m}}, \hat{\underline{s}})$ において

$$L_{y_i} = L_{x_i} = L_{m_i} = L_{s_i} = 0 \quad (3.139)$$

である。ここで注意すべきことは Lagrangian 関数 L が各サブシステムに関連したものに分解できることである。すなわち

$$L = \sum_{i=1}^n L_i \quad (3.140)$$

$$\text{ここに } L_i = f_i(\underline{y}_i, \underline{x}_i, \underline{m}_i) + \underline{p}_i^T (g_i(\underline{y}_i, \underline{x}_i, \underline{m}_i) - \underline{y}_i) + \underline{\pi}_i^T \left(\sum_{j \neq i} C_{ij} \underline{y}_j + C_{iu} - \underline{x}_i \right) \\ + \underline{\mu}_i^T (R_i(\underline{y}_i, \underline{x}_i, \underline{m}_i) - s_i^2)$$

この過程が Lagrangian 分解の基本原理解になるものであるが、これは L が加算形であること、すなわち利益も制限条件 R_i もそれぞれのサブシステムに対応するものの和になっているという事実に基づいている。この分解原理によって問題は2つのレベルに分解される。第1レベルは各サブシステムで L_i の停留値を見出すことであり、第2レベルはその結果を総合し、中央で最適の $\underline{\pi}$ を見出すことである。

第1レベルでは

$$L_i = f_i(\underline{y}_i, \underline{x}_i, \underline{m}_i) + \underline{p}_i^T (g_i(\underline{y}_i, \underline{x}_i, \underline{m}_i) - \underline{y}_i) + \underline{\pi}_i^T \left(\sum_{j \neq i} C_{ij} \underline{y}_j + C_{iu} - \underline{x}_i \right) \\ + \underline{\mu}_i^T (R_i(\underline{y}_i, \underline{x}_i, \underline{m}_i) - s_i^2) \quad (3.141)$$

の停留値を求めるのであるが、これは

$$\underline{v}_i = f_i(\underline{y}_i, \underline{x}_i, \underline{m}_i) + \underline{\pi}_i^T \left(\sum_{j \neq i} C_{ij} \underline{y}_j + C_{iu} - \underline{x}_i \right) \quad (3.142)$$

$$\text{を } \left. \begin{array}{l} \underline{y}_i = g_i(\underline{y}_i, \underline{x}_i, \underline{m}_i) \\ R_i = (R_i(\underline{y}_i, \underline{x}_i, \underline{m}_i)) \end{array} \right\} \quad (3.143)$$

なる条件のもとに最大にすることと等価である。ところでこの \underline{v}_i は次のような物理的な意味を持っている。すなわち

$\underline{\pi}_i$ をサブシステムに入ってくる変数の単位価格とすると

$$\underline{y}_i^T \sum_{j \neq i} C_{ij} \quad (3.144)$$

$\underline{\pi}_i$ は他のサブシステムに売られたコストであり、 $\underline{\pi}_i^T (C_{iu} - \underline{x}_i)$ は他のサブシステムから買われた入力のコストである。 f_i がサブシステム自体が生む利益であるから \underline{v}_i は差引き利益と考えることができる。明らかにサブシステムの問題では単位価格 $\underline{\pi}$ が最適に選

ばれていることが、サブシステム自体の最適化に対する前提条件となる。これは第2レベルで行なわれる。

第2レベルでは原形の問題に対する双対の問題を考える。双対の問題は関数 $w(\underline{p}, \underline{\pi}, \underline{\mu}; \underline{y}, \underline{x}, \underline{m})$:

$$w(\underline{p}, \underline{\pi}, \underline{\mu}; \underline{y}, \underline{x}, \underline{m}) = \underline{L} - \underline{y}^T \underline{L}_y - \underline{x}^T \underline{L}_x - \underline{m}^T \underline{L}_m \quad (3.145)$$

$$\text{を } \underline{L}_y = \underline{L}_x = \underline{L}_m = 0, \quad \underline{\mu}^T \underline{R} = 0, \quad \underline{\mu} \geq 0 \quad (3.146)$$

なる条件のもとに最小にすることである。(3.146)式は原形の問題に対する停留条件を表わすものである。(3.145),(3.146)式で与えられる問題を $\underline{y}, \underline{x}, \underline{m}$ をパラメータとし、 $\underline{p}, \underline{\pi}, \underline{\mu}$ を独立変数として解くと、その解が原形の問題における制限条件(サブシステムの不等式条件と連系条件)を満足するとき w が停留値をとることがわかる。したがって連系条件を満足していないことは w が停留値からはずれていることを意味し、この連系条件を維持せんとすることは w を最小にすることを意味する。こうして求まった双対な解は原形の解と一致している。したがって $\hat{\underline{y}}, \hat{\underline{x}}, \hat{\underline{m}}$ が連系条件を満足するように $\underline{\pi}$ を調整する問題は w を最小にする問題に帰着する。したがって第2レベルではグラディエント法などを用いて w を最小にするのが目的になる。

以上を要約すると全体のアルゴリズムとして第3.4.1図のようなフローチャートを得る。

第1レベル： $\underline{\pi}$ を第2レベルから与えられたとして

$$\left. \begin{aligned} \min v_i &= f_i(\underline{y}_i, \underline{x}_i, \underline{m}_i) + \underline{\pi}_i^T \left(\sum_{j=1}^n C_{ij} \underline{y}_j + C_{iu} - \underline{x}_i \right) \\ \underline{y}_i &= g_i(\underline{x}_i, \underline{m}_i) \\ R_i(\underline{y}_i, \underline{x}_i, \underline{m}_i) &\geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.147)$$

を解き、その解を $\hat{\underline{y}}_i(\pi), \hat{\underline{x}}_i(\pi), \hat{\underline{m}}_i(\pi)$ とする。

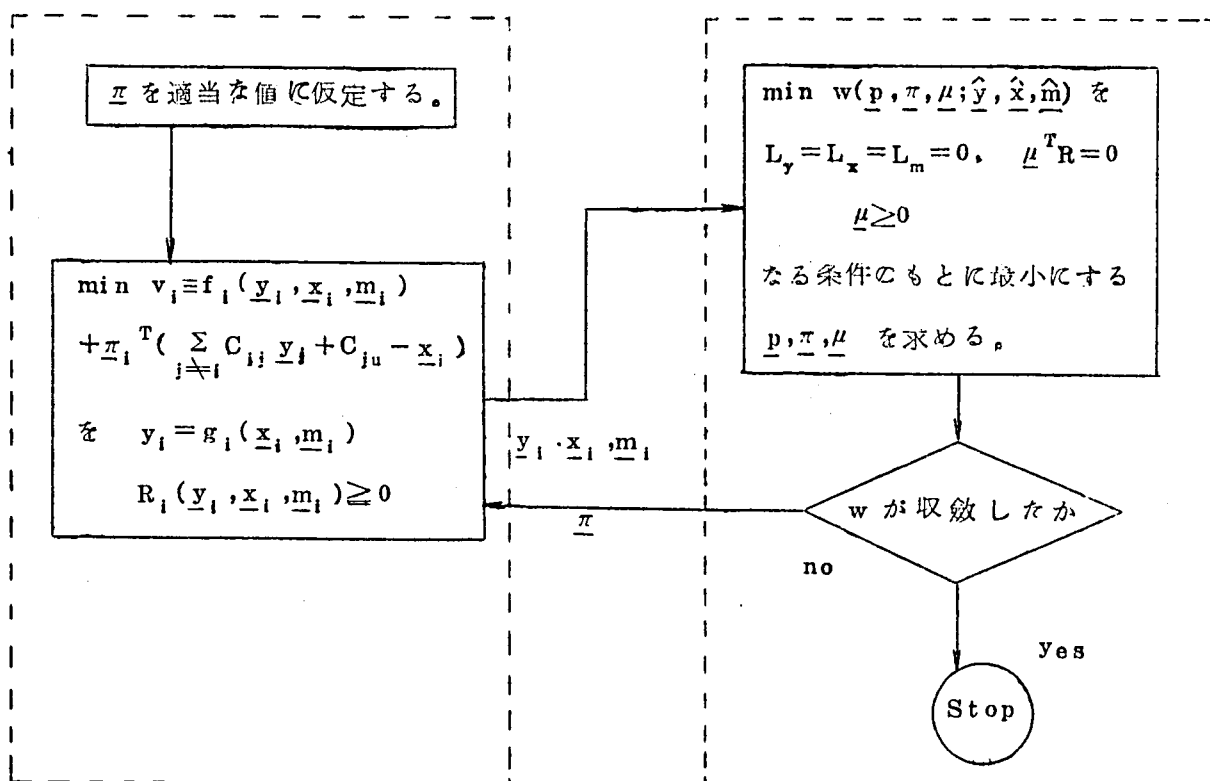
第2レベル： $\hat{\underline{y}}_i(\pi), \hat{\underline{x}}_i(\pi), \hat{\underline{m}}_i(\pi)$ を第1レベルから与えられたとして

$$\left. \begin{aligned} w(\underline{p}, \underline{\pi}, \underline{\mu}; \hat{\underline{y}}(\pi), \hat{\underline{x}}(\pi), \hat{\underline{m}}(\pi)) \\ \text{を } \underline{L}_y = \underline{L}_x = \underline{L}_m = 0, \quad \underline{\mu}^T \underline{R} = 0, \quad \underline{\mu} \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.148)$$

なる条件のもとに最小にする $\underline{p}, \underline{\pi}, \underline{\mu}$ を求める。

π を第1レベルに伝達し、このサイクルを w が収れんするまでくり返す。

このアルゴリズムは全体にわたる最適解に収れんすることが保証されているが、分解原理と同様に第1レベルから第2レベルに伝送する信号量が $\hat{\underline{y}}, \hat{\underline{x}}, \hat{\underline{m}}$ というようになり多いことである。これがPearsonによるこの方法のオンライン制御への応用を阻む理由で



第 3.41 図 マルチ・レベル制御

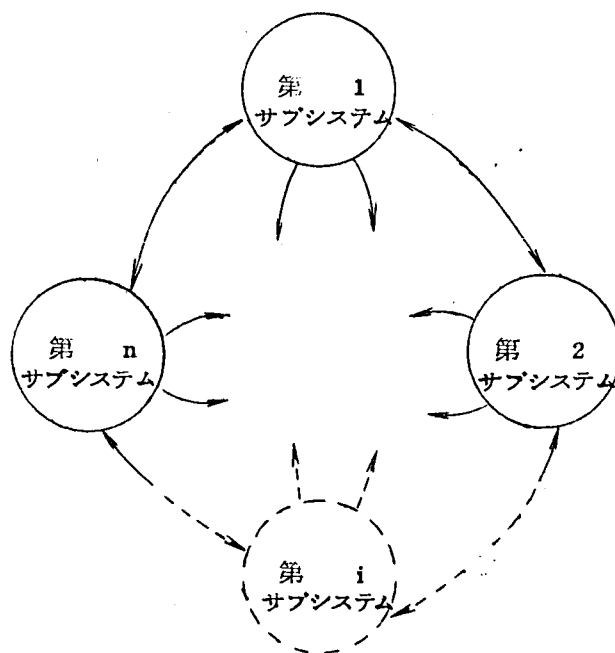
あり、次項以下で述べるような改訂マルチレベルプログラミングの研究の動機となっている。

<2> 改訂マルチレベルプログラミング

本項ではオンライン制御の手法としての実用性を重点にした手法を導く。この手法の特徴は第2レベルにおける計算がないことで、GEが電力系統の広域運用のために開発した。いわゆる等増分コスト法の一般形であると考えられることもできる。GEの方法が等式の制限条件で与えられる系に限られているのに対し、われわれの方法は不等式の制限条件を含む系にも適用できること、および動的なシステムの変分問題にも適用できることが特徴である。

(1) 非線形最適化問題

第3.42図のようなn個の互に連系されたシステムを考える。i番目のサブシステムの変数を \underline{x}_i 、コスト関数を $f_i(\underline{x}_i)$ で表わす。ここでは $f_i(\underline{x}_i)$ は \underline{x}_i の凸関数で、



第 3.42 図 連系されたサブシステム

$$G_i(\underline{x}_i, \underline{y}_i) \leq 0 \quad (3.149)$$

なる凸領域で定義されているものとする。 \underline{y}_i は他のサブシステムとの連系に関する変数である。連系条件は

$$T(\underline{y}_1, \underline{y}_2, \dots, \underline{y}_n) = 0 \quad (3.150)$$

で与えられる。ここに $T = [T_1, T_2, \dots, T_\ell]$ で \underline{y}_i ($i=1 \sim n$) の凸関数の集合である。

かくて、われわれの問題は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \min F &= \min_{\underline{x}_i \geq 0} \sum_{i=1}^n f_i(\underline{x}_i) \\ G_i(\underline{x}_i, \underline{y}_i) &\leq 0 \quad (i=1 \sim n) \\ T(\underline{y}_1, \underline{y}_2, \dots, \underline{y}_n) &= 0, \quad \underline{y}_i \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.151)$$

この (3.151) 式で与えられるシステムに対して Kuhn-Tucker の条件を導入する。

定理 $\hat{\underline{x}}_i, \hat{\underline{y}}_i$ が (3.151) 式の最適解であるための必要条件は

$$\underline{\lambda}_i = [\lambda_{i1}, \lambda_{i2}, \dots, \lambda_{i m_i}] \geq 0 \quad (3.152)$$

$$\underline{\mu} = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_\ell] \geq 0 \quad (3.153)$$

なる未定乗数に対し

$$\nabla_{\mathbf{x}} f_i + \lambda_i \nabla_{\mathbf{x}} G_i = 0 \quad (3.154)$$

$$\lambda_i \nabla_{\mathbf{y}} G_i + \mu \nabla T = 0 \quad (3.155)$$

なることである。ここに

$$\nabla_{\mathbf{x}} f_i = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_{i1}}, \frac{\partial f_i}{\partial x_{i2}}, \dots, \frac{\partial f_i}{\partial x_{in}} \right] \quad (3.156)$$

$$\nabla_{\mathbf{x}} G_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_{i1}}{\partial x_{i1}} & \frac{\partial g_{i1}}{\partial x_{i2}} & \dots & \frac{\partial g_{i1}}{\partial x_{in}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial g_{imi}}{\partial x_{i1}} & \frac{\partial g_{imi}}{\partial x_{i2}} & \dots & \frac{\partial g_{imi}}{\partial x_{in}} \end{bmatrix} \quad (3.157)$$

$$\nabla_{\mathbf{y}} G_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_{i1}}{\partial y_{i1}} & \frac{\partial g_{i1}}{\partial y_{i2}} & \dots & \frac{\partial g_{i1}}{\partial y_{i\ell}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial g_{imi}}{\partial y_{i1}} & \frac{\partial g_{imi}}{\partial y_{i2}} & \dots & \frac{\partial g_{imi}}{\partial y_{i\ell}} \end{bmatrix} \quad (3.158)$$

$$\nabla_{\mathbf{y}} T = \begin{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial y_{i1}} & \frac{\partial T}{\partial y_{i2}} & \dots & \frac{\partial T}{\partial y_{i\ell}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial T}{\partial y_{i1}} & \frac{\partial T}{\partial y_{i2}} & \dots & \frac{\partial T}{\partial y_{i\ell}} \end{bmatrix} \quad (3.159)$$

$$\text{そして} \quad \left. \begin{array}{ll} \lambda_i > 0 & \text{if } G_i \geq 0 \\ \lambda_i = 0 & \text{if } G_i \leq 0 \end{array} \right\} \quad (3.160)$$

である。

この定理はLPの双対定理によって証明できる(証明は後述)。ここで述べるマルチ・レベル制御は(3.154)式を各サブシステムで解く第1レベルと(3.155)式を中央で解く第2レベル

からなっている。第1レベルではもし \underline{y}_i が与えられるとすると

$$\nabla_{\underline{x}} f_i + \underline{\lambda}_i \nabla_{\underline{x}} G_i = 0 \quad (3.161)$$

を \underline{x}_i について解くことができる。未定乗数 $\underline{\lambda}_i$ は

$$\left. \begin{array}{ll} \underline{\lambda}_i > 0 & \text{if } G_i > 0 \\ \underline{\lambda}_i = 0 & \text{if } G_i \leq 0 \end{array} \right\} \quad (3.162)$$

により決定する。一方第2レベルではもし $\underline{\lambda}_i, \underline{x}_i$ が与えられたとすると

$$\underline{\lambda}_i \nabla_{\underline{y}} G_i + \underline{\mu} \cdot \nabla T = 0 \quad (3.163)$$

を \underline{y}_i について解くことができる。未定乗数 $\underline{\mu}$ は

$$T(\underline{y}_1, \underline{y}_2, \dots, \underline{y}_n) = 0 \quad (3.164)$$

から決めることができる。その一方法としてここではGE流の等増分コスト法を用いることにする。これは(3.163)式を解いて得られる $\underline{\mu}$ が i に無関係に等しくなければならないことに注目し、(3.163)式を $i=1$ について解いたときの $\underline{\mu}$ を $\underline{\mu}^{(1)}$, $i=2$ について解いたときのそれを $\underline{\mu}^{(2)}$, ..., $i=n$ について解いたときのそれを $\underline{\mu}^{(n)}$ とするとき、 $\underline{\mu}$ の平均値 $\underline{\mu}_{av}$

$$\underline{\mu}_{av} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \underline{\mu}^{(i)} \quad (3.165)$$

を用いて

$$\underline{y}_i \rightarrow \underline{y}_i + k(\underline{\mu}_{av} - \underline{\mu}^{(i)}), \quad k \geq 0 \quad (3.166)$$

により \underline{y}_i を最適値に収斂させる方法である。 \underline{y}_i が最適であるかどうかの判定は

$$\underline{\mu}_{av} \equiv \underline{\mu}^{(1)} \equiv \underline{\mu}^{(2)} \equiv \dots \equiv \underline{\mu}^{(n)} \quad (3.167)$$

により行なり。この手順はフローチャートにまとめると第3.4.3図のようになる。

以上から明らかなようにこの方法は原理的にはKuhn-Tuckerの条件をサブシステムと中央で分担して解くものであるが、以下にその原理の証明を簡単に述べる。

われわれの問題は

$$\left. \begin{array}{l} \min_{\underline{x}_i \geq 0} \sum_{i=1}^n f_i(\underline{x}_i) \\ G_i(\underline{x}_i, \underline{y}_i) \leq 0 \\ T(\underline{y}_1, \underline{y}_2, \dots, \underline{y}_n) = 0 \end{array} \right\} \quad (3.168)$$

であるが、簡単のため $\underline{z}_i = [\underline{x}_i^T, \underline{y}_i^T]^T$ ($i=1 \sim n$) なる座標系を導入する。

すると各サブシステムに対し

$$-\nabla_{\mathbf{z}} f_i(\hat{\mathbf{z}}_i) = \underline{\lambda}_i \nabla_{\mathbf{z}_i} G_i + \underline{\mu} \cdot \nabla_{\mathbf{z}_i} T \quad (i=1 \sim n) \quad (3.169)$$

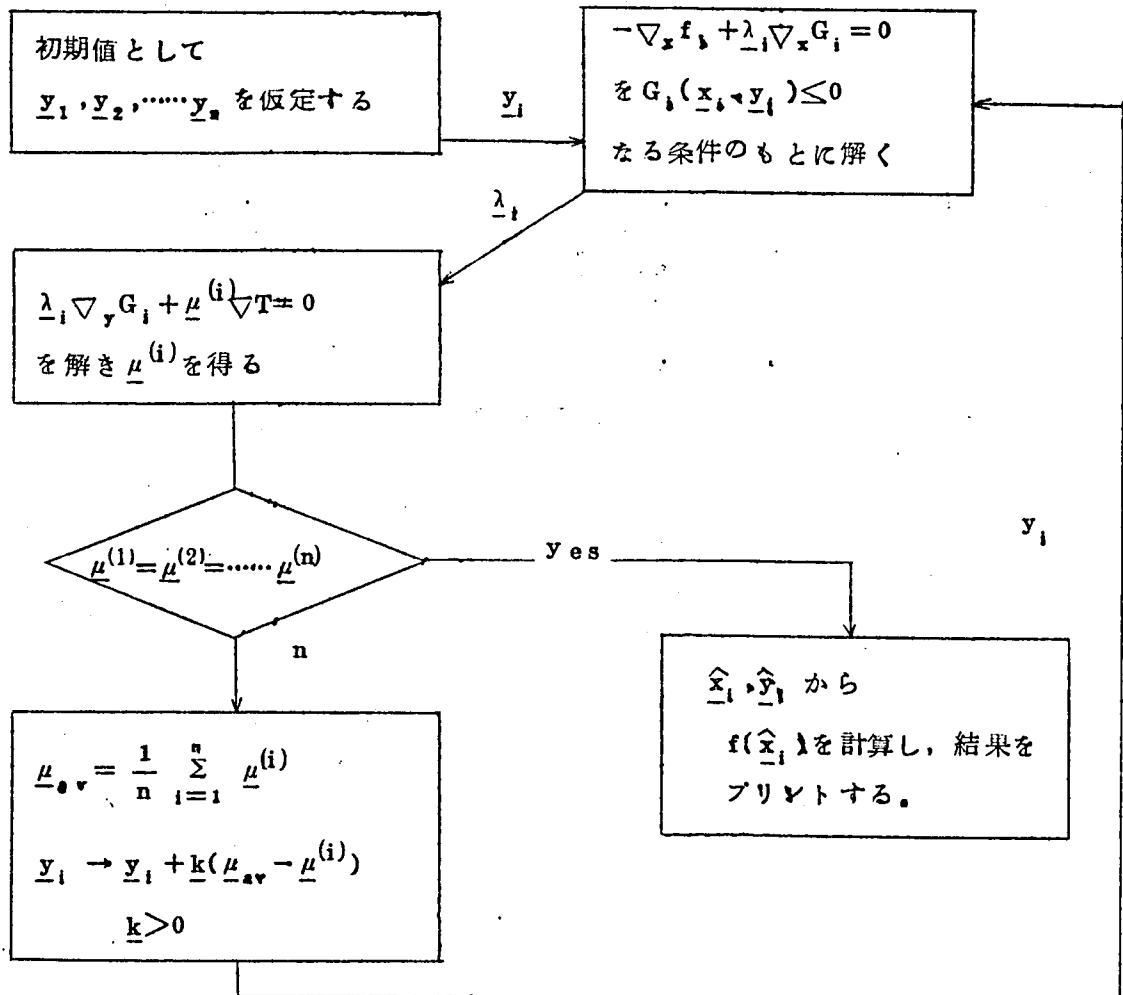
これは一般化された座標系

$$\left. \begin{aligned} \underline{\mathbf{z}} &= [\underline{\mathbf{z}}_1^T, \underline{\mathbf{z}}_2^T, \dots, \underline{\mathbf{z}}_n^T]^T \\ \underline{\lambda} &= [\underline{\lambda}_1^T, \underline{\lambda}_2^T, \dots, \underline{\lambda}_n^T]^T \end{aligned} \right\} \quad (3.170)$$

を導入すると・

$$-\nabla_{\mathbf{z}} f(\hat{\underline{\mathbf{z}}}) = \underline{\lambda} \cdot \nabla_{\mathbf{z}} G + \underline{\mu} \nabla_{\mathbf{z}} T \quad (3.171)$$

のように表わされる。



第 3.43 図 非線形最適問題における改訂マルチレベル
プログラミングのフローチャート

いま

$$G_i(\hat{\underline{Z}}) \leq 0 \quad (3.172)$$

となるような i の集合を $M(\hat{\underline{Z}})$ で表わすものとし、 $(\underline{Z}-\hat{\underline{Z}})$ は Z 空間において多面体領域 $G_i(\hat{\underline{Z}}) \leq 0$ の内側に向い、かつ超平面 $T(\underline{Z})=0$ の上に存在するベクトルを表わすものとする

$$\left. \begin{aligned} \nabla f(\hat{\underline{Z}}) \cdot (\underline{Z}-\hat{\underline{Z}}) &\geq 0 \\ \nabla G_i(\underline{Z}) \cdot (\underline{Z}-\hat{\underline{Z}}) &\leq 0 \quad (i \in M(\hat{\underline{Z}})) \\ \nabla T(\underline{Z}) \cdot (\underline{Z}-\hat{\underline{Z}}) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.173)$$

なる関係が成立する。なぜなら (3.174) は f, G_i, T の 1 次変分であり

$$\left. \begin{aligned} f(\underline{Z}) &\geq f(\hat{\underline{Z}}) \\ G_i(\underline{Z}) &\leq G_i(\hat{\underline{Z}}) \\ T(\underline{Z}) &= T(\hat{\underline{Z}}) \end{aligned} \right\} \quad (3.174)$$

であるからである。

(3.174) 式の第 1 式から

$$\nabla f(\hat{\underline{Z}}) \cdot \underline{Z} \geq \nabla f(\hat{\underline{Z}}) \cdot \hat{\underline{Z}} \quad (3.175)$$

であるが、このことは $\nabla f(\hat{\underline{Z}}) \cdot \underline{Z}$ は下限値を持っていることを意味する。すなわち

$$\left. \begin{aligned} \min \nabla f(\hat{\underline{Z}}) \cdot \underline{Z} \\ \nabla G_i(\hat{\underline{Z}}) \cdot \underline{Z} &\leq \nabla G_i(\hat{\underline{Z}}) \cdot \hat{\underline{Z}} \\ \nabla T(\hat{\underline{Z}}) \cdot \underline{Z} &= \nabla T(\hat{\underline{Z}}) \cdot \hat{\underline{Z}} \\ \underline{Z} &> 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.176)$$

なる LP 問題に解が存在することを意味している。原形の問題に解が存在すれば双対の問題にも解が存在するから

$$\left. \begin{aligned} \text{MIN} \quad \sum_{i \in M} \lambda_i \nabla G_i(\hat{\underline{Z}}) \cdot \hat{\underline{Z}} + \mu \nabla T(\hat{\underline{Z}}) \cdot \hat{\underline{Z}} \\ \sum_{i \in M} \lambda_i \nabla G_i(\hat{\underline{Z}}) + \mu \nabla T(\hat{\underline{Z}}) \geq -\nabla f(\hat{\underline{Z}}) \end{aligned} \right\} \quad (3.177)$$

なる LP にも解がある。すなわち解 $\lambda_i \geq 0, \mu \geq 0$ が存在する。ここに λ_i は $i \in M(\hat{\underline{Z}})$ に対しては基底解であるから

$$\lambda_i \geq 0 \quad \text{for } i \in M(\hat{\underline{Z}}) \quad (3.178)$$

であり、 $i \in M(\hat{\underline{Z}})$ でない場合は (この場合は $G_i(\hat{\underline{Z}}) \leq 0$) 非基底解であるから

$$\lambda_i = 0 \quad \text{for } i \in M(\hat{\underline{Z}}) \quad (3.179)$$

(3.177) の第2式から

$$-\nabla f(\hat{\underline{Z}}) = \underline{\lambda} \cdot \nabla G(\hat{\underline{Z}}) + \underline{\mu} \cdot \nabla T + \underline{U} \quad (3.180)$$

ここに \underline{U} はスラック変数で

$$\underline{U} \equiv (U_1, U_2, \dots, U_n) \geq 0$$

である。ここで \underline{U} と $\hat{\underline{Z}}$ の間の内積をとると

$$-\langle \underline{U} \cdot \hat{\underline{Z}} \rangle = \langle \underline{\lambda} \cdot \nabla G(\hat{\underline{Z}}) \cdot \hat{\underline{Z}} \rangle + \langle \underline{\mu} \cdot \nabla T \cdot \hat{\underline{Z}} \rangle + \langle \nabla f(\hat{\underline{Z}}) \cdot \hat{\underline{Z}} \rangle = 0 \quad (3.181)$$

なぜなら原形のLPの最大値 $-\nabla f(\hat{\underline{Z}}) \cdot \hat{\underline{Z}}$ は双対のLPの最小値 $(\underline{\lambda} \cdot \nabla G(\hat{\underline{Z}})) \cdot \hat{\underline{Z}} + (\underline{\mu} \cdot \nabla T) \cdot \hat{\underline{Z}}$ に等しいからである。(3.181)式において $\underline{U} \geq 0$, $\hat{\underline{Z}} \geq 0$ であるから、もし $\hat{Z}_i > 0$ ($i = 1 \sim n$) であれば $u_i = 0$ ($i = 1 \sim n$) である。

(2) 動的最適化問題

n 個の互に連系されたサブシステムを考える。サブシステム i の動特性は微分方程式

$$\dot{\underline{x}}_i = \underline{f}_i(\underline{x}_i, \underline{u}_i, t) \quad (3.182)$$

で表わされるものとする。ここに

\underline{x}_i : m_i -次元の状態変数で

$$\underline{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im_i})$$

\underline{u}_i : k_i -次元の制御変数で

$$\underline{u}_i = (u_{i1}, u_{i2}, \dots, u_{ik_i})$$

各サブシステムは次の連系条件式で連系されているものとする。

$$T(\underline{x}_1, \underline{x}_2, \dots, \underline{x}_n, t) \quad (3.183)$$

$$\text{ここに } T \equiv [T_1, T_2, \dots, T_\ell]$$

われわれの目的は個々のコスト関数 F_i の和である全体のコスト関数を最小にすることである。

$$\min_{\underline{u}_i} \sum_{i=1}^n \int_0^T F_i(\underline{x}_i, \underline{u}_i, t) dt \quad (3.184)$$

$$(i = 1 \sim n)$$

各サブシステムは次のような不等式条件を持っているものとする。

$$G_i(\underline{x}_i, \underline{u}_i, t) \leq 0 \quad (3.185)$$

$$G_i \equiv [g_{i1}, g_{i2}, \dots, g_{ip_i}]$$

以下では簡単のため

$$\left. \begin{aligned} \underline{X} &\equiv [\underline{x}_1^T, \underline{x}_2^T, \dots, \underline{x}_n^T]^T \\ \underline{U} &\equiv [\underline{u}_1^T, \underline{u}_2^T, \dots, \underline{u}_n^T]^T \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.186)$$

のような拡張座標を導入することにする。

まず最初に次のように定義される最適コスト関数 $S(\underline{X}, t)$ を導入する。

$$S(\underline{X}, t) = \min_{\underline{u}(\tau)} \int_t^T \sum_{i=1}^n F_i(\underline{x}_i, \underline{u}_i, t) dt \dots\dots\dots (3.187)$$

$$t \leq \tau \leq T$$

時間 $\tau = t$ における $S(\underline{X}, t)$ の時間変動を考えると

$$S(\underline{X}, t) = \min_{\underline{u}(\tau)} \sum_{i=1}^n F_i(\underline{x}_i, \underline{u}_i, t) \Delta t + S(\underline{X} + \Delta \underline{X}, t + \Delta t) \dots\dots\dots (3.188)$$

$$t \leq \tau \leq t + \Delta t$$

Taylor 展開すると

$$S(\underline{X} + \Delta \underline{X}, t + \Delta t) = S(\underline{X}, t) + \frac{\partial S}{\partial \underline{X}} \Delta \underline{X} + \frac{\partial S}{\partial t} \Delta t + O(\epsilon^2) \dots\dots\dots (3.189)$$

しかるに

$$\Delta \underline{X}_i = f_i(\underline{x}_i, \underline{u}_i, t) \Delta t$$

であるから

$$S(\underline{X} + \Delta \underline{X}, t + \Delta t) = S(\underline{X}, t) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial S}{\partial \underline{x}_i} \cdot f_i \cdot \Delta t + \frac{\partial S}{\partial t} \cdot \Delta t \dots\dots\dots (3.190)$$

(3.190)(3.191)に代入すると

$$0 = \min_{\underline{u}(\tau)} \sum_{i=1}^n F_i(\underline{x}_i, \underline{u}_i, t) + \frac{\partial S}{\partial \underline{x}_i} f_i + \frac{\partial S}{\partial t} \dots\dots\dots (3.191)$$

$$t \leq \tau \leq t + \Delta t$$

これは Hamilton-Jacobi の方程式として知られているものであるが $\frac{\partial S}{\partial \underline{x}_i}$ $\frac{\partial S}{\partial t}$ が与えられれば最適の制御変数 \underline{U} を得ることができる。そこで次に $\frac{\partial S}{\partial \underline{X}}$ が満たすべき微分方程式を導く。もし \underline{X} と t が指定されたときの許容制御変数の集合を $R(\underline{X}, t)$ で表わすものとする、 (\underline{X}, t) 空間における Hamilton-Jacobi の方程式は

$$0 = \min_{\underline{U} \in R(\underline{X}, t)} \left\{ \sum_{i=1}^n \left\{ F_i(\underline{x}_i, \underline{u}_i, t) + \frac{\partial S}{\partial \underline{x}_i} f_i \right\} + \frac{\partial S}{\partial t} \right\} \quad (3.192)$$

\underline{U} の最適値 $\hat{\underline{U}}$ が $R(\underline{X}, t)$ の境界条件にあるような点 $\underline{X} = \hat{\underline{X}}, t = \hat{t}$ を考える。

$$\left(\frac{dS}{dt} \right)_{\underline{u}=\hat{\underline{u}}} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial S}{\partial \underline{x}_i} \cdot f_i + \frac{\partial S}{\partial t} \quad (3.193)$$

であるから, (3.193) を (3.191) に代入して

$$0 \leq \sum_{i=1}^n F_i(\underline{x}_i, \underline{u}_i, t) + \left(\frac{dS}{dt} \right)_{\underline{u}=\hat{\underline{u}}} \quad (3.194)$$

これは $\hat{\underline{U}} \in R(\underline{X}, t)$ ならあらゆる (\underline{X}, t) について成立するが等号は $\underline{X} = \hat{\underline{X}}, t = \hat{t}$ の点でしか成立しない。したがって (\underline{X}, t) 空間の任意のベクトルについて

$$[\nabla G_1, \nabla G_2, \dots, \nabla G_n] \cdot \underline{V} \leq 0 \quad (3.195)$$

であり,

$$\nabla T \cdot \underline{V} = 0 \quad (3.196)$$

である。ここに

$$\nabla G_i = \left(\frac{\partial G_i}{\partial \underline{x}_i} \right)_{\underline{x}_i = \hat{\underline{x}}_i} \quad (i=1 \sim n)$$

$$\nabla T = \left(\frac{\partial T}{\partial \underline{x}_i} \right)_{\underline{x}_i = \hat{\underline{x}}_i}$$

ただし $[\nabla G_i] \neq 0, \nabla T \neq 0$ なる仮定をおいている。 (3.197)

(3.194)式から

$$\left\{ \sum_{i=1}^n \nabla F_i(\hat{\underline{x}}_i, \hat{\underline{u}}_i, \hat{t}) + \nabla \left(\frac{dS}{dt} \right)_{\underline{u}=\hat{\underline{u}}} \right\} \cdot \underline{V} \geq 0 \quad (3.198)$$

(3.198)式の意味するところは(3.195)式、(3.196)式によって $G_i(\underline{x}_i, \underline{u}_i, t)$ が (\underline{X}_i, t) の非増加関数であり、かつ $T(\underline{X}, \underline{U}, t) = 0$ が保証されるような (\underline{X}, t) の領域においては、任意の方向に $(\hat{\underline{X}}, \hat{t})$ を摂動しても $\left[\sum_{i=1}^n \nabla F_i + \nabla \left(\frac{dS}{dt} \right) \right]$ は非減少であることである。もし $(\hat{\underline{X}}, \hat{t})$ を $G_i(\underline{x}_i, \underline{u}_i, t), T(\underline{X}, \underline{U}, t)$ が零にとどまるような方向に摂動すると (\underline{X}, t) は反対方向に摂動され、 $\hat{\underline{U}}$ は (\underline{X}, t) の両方向で許容範囲である。すなわち、もし \underline{V} が

$$[\nabla G_i(\underline{x}_i, \underline{u}_i, t)] \cdot \underline{V} = 0 \quad (3.199)$$

$$\underline{T} \cdot \underline{V} = 0 \quad (3.200)$$

を満足すれば

\underline{V} と $-\underline{V}$ は (3.195) 式, (3.196) 式を満足するので (3.198) 式が成立するためには

$$\left[\sum_{i=1}^n \nabla F_i + \nabla \left(\frac{dS}{dt} \right) \underline{\hat{u}} \right] \cdot \underline{V} = 0 \quad (3.201)$$

(3.199), (3.200), (3.201) 式からベクトル方程式

$$\left[\sum_i \nabla F_i + \nabla \left(\frac{dS}{dt} \right) \underline{\hat{u}} \right] = \underline{\lambda} [\nabla G_1, \dots, \nabla G_n] + \underline{\mu} \cdot \nabla T \quad (3.202)$$

が成立するような $\underline{\lambda}$, $\underline{\mu}$ が存在すると結論できる。したがって

$$\frac{\partial F_i}{\partial \underline{x}_i} + f_i^T \cdot \left(\frac{\partial^2 S}{\partial \underline{x}_i^2} \right)^T + \frac{\partial^2 S}{\partial \underline{x}_i \partial t} = \underline{\lambda}_i \cdot \frac{\partial G_i}{\partial \underline{x}_i} + \underline{\mu} \frac{\partial T}{\partial \underline{x}_i} \quad (3.203)$$

なぜなら

$$\frac{\partial F_i}{\partial \underline{x}_i} = 0, \quad \frac{\partial f_i}{\partial \underline{x}_i} = 0 \quad \text{for } (i \neq j)$$

したがって最適制御解が $R(\underline{X}, t)$ の境界にあるような任意の点 (\underline{x}, t) に対して

$$\frac{\partial F_i}{\partial \underline{x}_i} + f_i^T \left(\frac{\partial^2 S}{\partial \underline{x}_i^2} \right)^T + \frac{\partial^2 S}{\partial \underline{x}_i \partial t} + \frac{\partial S}{\partial \underline{x}_i} \cdot \left(\frac{\partial f_i}{\partial \underline{x}_i} \right) = \underline{\lambda}_i \cdot \frac{\partial G_i}{\partial \underline{x}_i} + \underline{\mu} \frac{\partial T}{\partial \underline{x}_i} \quad (3.204)$$

が得られる。これは

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial S}{\partial \underline{x}_i} \right) = -f_i^T \left(\frac{\partial^2 S}{\partial \underline{x}_i^2} \right)^T + \frac{\partial^2 S}{\partial \underline{x}_i \partial t} \quad (3.205)$$

と結びつけて

$$\dot{\underline{p}}_i = - \frac{\partial F_i}{\partial \underline{x}_i} - \underline{p}_i \frac{\partial f_i}{\partial \underline{x}_i} + \underline{\lambda}_i \frac{\partial G_i}{\partial \underline{x}_i} + \underline{\mu} \frac{\partial T}{\partial \underline{x}_i} \quad (3.206)$$

を得る。ここに

$$\underline{p}_i = \frac{\partial S}{\partial \underline{x}_i} \quad (i = 1 \sim n)$$

$$\underline{\lambda}_i > 0 \quad \text{for } G_i \geq 0$$

$$\underline{\lambda}_i = 0 \quad \text{for } G_i < 0$$

$$\underline{\mu} > 0 \quad \text{for } T = 0$$

$$\underline{p}_i(t) = 0$$

である。(3.206)式はLagrange の未定乗数を含んだEuler-Lagrange の方程式として知られるものである。

以上を要約すると次のようなマルチ・レベル・アルゴリズムを得る。

Step 1. $\underline{\mu}(t)(0 \leq t \leq T)$ の初期値を仮定する。

Step 2. 各サブシステムでEuler-Lagrange の方程式を解く。

$$\dot{\underline{p}}_i = - \frac{\partial F_i}{\partial \underline{x}_i} - \underline{p}_i \frac{\partial f_i}{\partial \underline{x}_i} + \underline{\lambda}_i \frac{\partial G_i}{\partial \underline{x}_i} + \underline{\mu} \frac{\partial T}{\partial \underline{x}_i}, \quad \underline{p}_i(T) = 0$$

$$\underline{\lambda}_i(t) > 0 \quad G_i(\underline{x}_i, \underline{u}_i, t) \geq 0$$

$$\underline{\lambda}_i(t) = 0 \quad G_i(\underline{x}_i, \underline{u}_i, t) < 0$$

Step 3. 各サブシステムのHamilton-Jacobi の方程式を解き、最適の $\hat{\underline{u}}_i$ を求める。

$$\frac{\partial F_i}{\partial \underline{u}_i} + \underline{p}_i \frac{\partial f_i}{\partial \underline{u}_i} = 0$$

Step 4. $\hat{\underline{x}}_i$ を動特性微分方程式

$$\dot{\underline{x}}_i = f(\underline{x}_i, \underline{u}_i, t)$$

により求める。

Step 5. 各サブシステムで求まった解が連系条件

$$T(\hat{\underline{x}}_1, \hat{\underline{x}}_2, \dots, \hat{\underline{x}}_n, t) = 0$$

を満たしているかどうかを判定する。

Step 6. $\underline{\mu}(t)$ を

$$\underline{\mu}(t) \rightarrow \underline{\mu}(t) + \underline{k} \cdot T$$

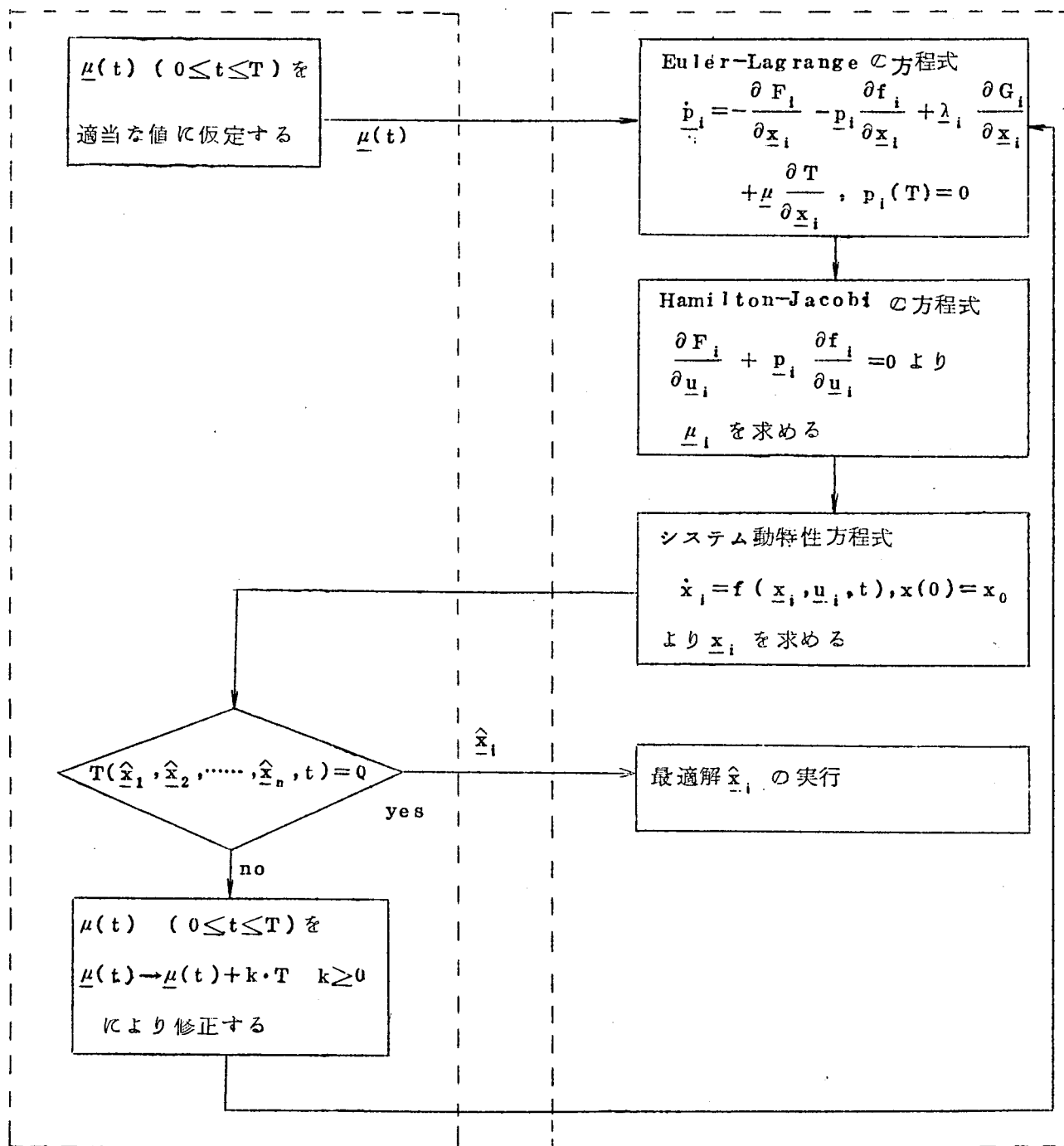
$$\text{ここに } \underline{k} \geq 0$$

により修正する。

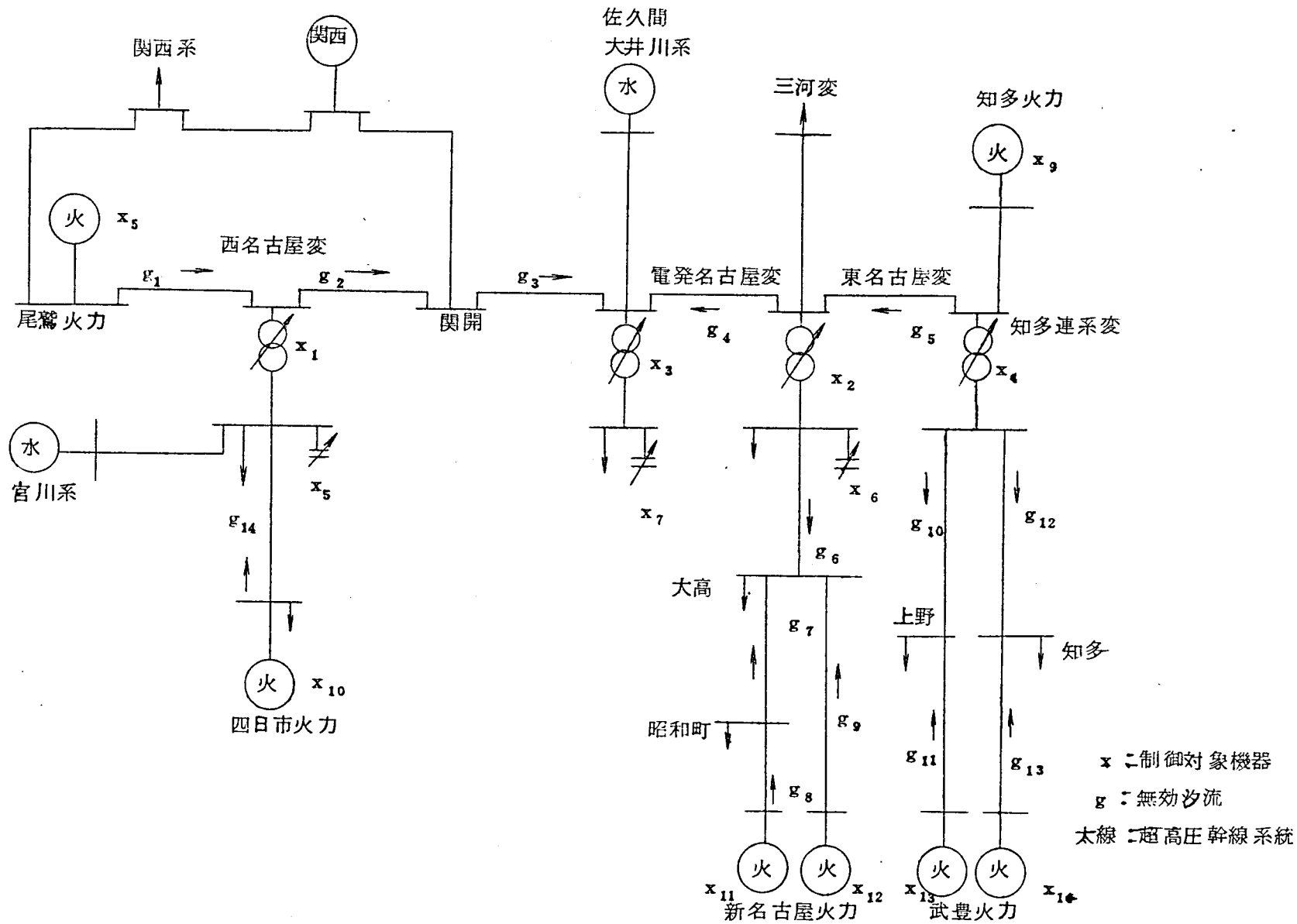
以上をフローチャートにしたものを第3.4.4図に示す。

3.5.3 感度解析による電圧無効電力特性の解析法

第3.4.5図は中部電力が将来の電圧・無効電力制御の対象と考えている系統である。これからも明らかなように近い将来系統構成は超高压幹線に連系した超高压変電所に負荷時電圧調整器(LRC)が設置され、これを介して発電所、負荷が樹岐状に接続する構成をとる



第 3.44 図 動的最適制御問題における改訂マルチレベル
プログラミングのフローチャート



第 3. 45 図 中部電力が電圧・無効電力制御の対象と考えている系統

ものとされている。このLRCは通常AVRと協調して用いられるもので、主として線路を通過する無効電力を系全体からみて最適化する中央レベルを各ブロック内でブロック制御計算機によりブロック内の最適化を計るサブシステムレベルに分けて系統全体の最適化を計る電圧・無効電力のマルチレベル制御方式を開発した。まず感度解析により電圧・無効電力特性を解析し、次に具体的なマルチレベル制御方式を導く。

電力系統に関しては伝達アドミッタンス $[Y_{ij}]$ を用いると次の関係が成立する。

$$\left. \begin{aligned} P_i &= \sum_{j \in s_i} Y_{ij} E_i E_j \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) \\ Q_i &= \sum_{j \in s_i} Y_{ij} E_i E_j \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.207)$$

ここに

- P_i : 第 i 番目の端子の電力
- Q_i : " 無効電力
- E_i : " 電圧絶対値
- δ_i : " 電圧位相角
- Y_{ij} : 第 i 及び第 j 端子間の伝達アドミッタンスの絶対値
- θ_{ij} : アドミッタンス Y_{ij} の移相角
- s_i : 第 i 端子に接続する端子番号の集合

である。感度解析により定格状態からの第1次変動分をとると

$$\left. \begin{aligned} \Delta \underline{P} &= [A] \Delta \underline{E} + [B] \Delta \underline{\delta} \\ \Delta \underline{Q} &= [C] \Delta \underline{E} + [D] \Delta \underline{\delta} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.208)$$

なるマトリックス型式で表現できる。ここに

$$\begin{aligned} \Delta \underline{P} &= [\Delta P_1, \Delta P_2, \dots, \Delta P_m] \\ \Delta \underline{Q} &= [\Delta Q_1, \Delta Q_2, \dots, \Delta Q_m] \\ \Delta \underline{E} &= [\Delta E_1, \Delta E_2, \dots, \Delta E_m] \\ \Delta \underline{\delta} &= [\Delta \delta_1, \Delta \delta_2, \dots, \Delta \delta_m] \end{aligned}$$

ここに m は全ノード数である。

$$[A] = [a_{ij}] \quad \left\{ \begin{aligned} a_{ij} &= Y_{ij} E_j \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) & (j \in s_i), (i=1 \sim m) \\ a_{ij} &= 0 & (j \notin s_i), (i=1 \sim m) \end{aligned} \right.$$

$$\begin{aligned} [B] &= [b_{ij}] \begin{cases} b_{ij} = Y_{ij} E_i E_j \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) & (j \in s_1), (i = 1 \sim m) \\ b_{ij} = 0 & (j \notin s_1), (i = 1 \sim m) \end{cases} \\ [C] &= [c_{ij}] \begin{cases} c_{ij} = Y_{ij} E_j \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) & (j \in s_1), (i = 1 \sim m) \\ c_{ij} = 0 & (j \notin s_1), (i = 1 \sim m) \end{cases} \\ [D] &= [d_{ij}] \begin{cases} d_{ij} = -Y_{ij} E_i E_j \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) & (j \in s_1), (i = 1 \sim m) \\ d_{ij} = 0 & (j \notin s_1), (i = 1 \sim m) \end{cases} \end{aligned}$$

(3.208)式より $\Delta \underline{\delta}$ を消去すると

$$\Delta Q = \{ [C] - [D][B]^{-1}[A] \} \Delta E + [D][B]^{-1} \Delta P \quad (3.209)$$

であるから

$$\Delta Q = [F] \cdot \Delta E + [G] \Delta P \quad (3.210)$$

これを書き直すと

$$\Delta E = [F]^{-1} \Delta Q - [F]^{-1} [G] \Delta P \quad (3.211)$$

ここに $[F] = [C] - [D][B]^{-1}[A]$

$$[G] = [D][B]^{-1}$$

ΔP は負荷変動であるから、(3.211)式の意味するところは電圧が負荷変動によって変動することである。したがって(3.211)式は

$$\Delta E = [H] \Delta Q + \Delta E' \quad (3.212)$$

となる。

$$\text{ここに } [H] = [F]^{-1}$$

$$\Delta E' = -[F]^{-1} [G] \Delta P \quad (3.213)$$

$\Delta E'$ は無効電力 Q が定格値に保たれているときの電圧変動量であると考えることができる。

線路の送電損失 P_{ij}, Q_{ij} の間には次の関係がある。

$$\left. \begin{aligned} P_{ij} &= G_{ij} \{ E_i^2 + E_j^2 - 2 E_i E_j \cos(\delta_i - \delta_j) \} \\ Q_{ij} &= B_{ij} \{ E_i^2 + E_j^2 - 2 E_i E_j \cos(\delta_i - \delta_j) \} \end{aligned} \right\} \quad (3.214)$$

ただし

$$Y_{ij} = G_{ij} + j B_{ij}$$

再び感度解析で第1次変動分をとると

$$\Delta Q_{ij} = a_{ij} \Delta E_i + b_{ij} \Delta E_j + d_{ij} \Delta \delta_i + e_{ij} \Delta \delta_j \quad (3.215)$$

ここに

$$a_{ij} = 2 B_{ij} \{ E_i + E_j \cos(\delta_i - \delta_j) \}$$

$$b_{ij} = 2 B_{ij} \{ E_j - E_i \cos(\delta_i - \delta_j) \}$$

$$d_{ij} = -2 E_i E_j \sin(\delta_i - \delta_j)$$

$$e_{ij} = 2 E_i E_j \sin(\delta_i - \delta_j)$$

なお線路の送電損失の変動量は(3.214)より

$$\Delta P_{ij} = \frac{G_{ij}}{B_{ij}} \Delta Q_{ij} \quad (3.216)$$

である。(3.215)式より位相角の変動量 $\Delta \delta_i, \Delta \delta_j$ を消去するために(3.208)式を用いると

$$\left. \begin{aligned} \Delta \delta_i &= \sum_{k=1}^m f_{ik} \Delta Q_k + \sum_{k=1}^m r_{ik} \Delta E_k \\ \Delta \delta_j &= \sum_{k=1}^m f_{jk} \Delta Q_k + \sum_{k=1}^m r_{jk} \Delta E_k \end{aligned} \right\} \quad (3.217)$$

$$\text{ここに } [f_{ik}] = [C]^{-1}$$

$$[r_{ik}] = -[D]^{-1} [C]$$

(3.217)式を(3.215)式に代入すると

$$\Delta Q_{ij} = \sum_{k=1}^m R_{ijk} \Delta E_k + \sum_{k=1}^m T_{ijk} \Delta Q_k \quad (3.218)$$

$$\text{ここに } R_{ijk} = \begin{cases} d_{ij} r_{ik} + e_{ij} r_{jk} & (k \neq i, j) \\ d_{ij} r_{ik} + e_{ij} r_{jk} + a_{ij} & (k = i) \\ d_{ij} r_{ik} + e_{ij} r_{jk} + b_{ij} & (k = j) \end{cases}$$

$$T_{ijk} = d_{ij} f_{ik} + e_{ij} f_{jk}$$

以上から(3.212)式と(3.218)式

$$\Delta E_i = \sum_{k=1}^m H_{ik} \Delta Q_k + \Delta E_i' \quad (i = 1 \sim m) \quad (3.212)$$

$$\Delta Q_{ij} = \sum_{k=1}^m R_{ijk} \Delta E_k + \sum_{k=1}^m T_{ijk} \Delta Q_k \quad (j \in s_i) (i = 1 \sim m) \quad (3.218)$$

が系統の電圧・無効電力特性を表わすものである。

3.5.4 電圧・無効電力のマルチ・レベル制御方式

電力系統の電圧無効電力制御の目的としては第1に電圧の維持であり、第2に送電損失の軽減である。このとき操作量や操作回数を多くしないことも条件になる。電圧維持を中心に考えるときは目的を

$$I = \sum_{i=1}^n \Delta E_i^2 \quad (3.219)$$

を最小にすることであるとできるし、送電損失を中心に考えるときは目的を

$$I = \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \Delta P_{ij} = \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \frac{G_{ij}}{B_{ij}} \Delta Q_{ij} \quad (3.220)$$

を最小にすることであるとする事ができる。更にまたこれらの組合せを目的とする場合もあり得る。一方制限条件としては電圧変動が規定の範囲内に入っていること、および線路の無効電力が規定の範囲内に入っていることを挙げることができる。

(3.212)式より明らかなように電圧変動 ΔE は調整端の無効電力 ΔQ により調整される。したがって電圧変動 ΔE_i ($i=1 \sim m$) が検知されたとき、これを規定の範囲 ϵ_i におさめるには

$$\left| \Delta E_i + \sum_{j \in s_i} H_{ij} \Delta Q_j \right| \leq \epsilon_i \quad (3.221)$$

なる関係を満足するよう ΔQ_j を決めればよい。

また(3.218)式より明らかなように線路の無効電力 ΔQ_{ij} は各端子の電圧 ΔE_i 、発電端、負荷端、調相端の無効電力 ΔQ_j によって変動する。したがって各端子の電圧変動を検出することにより、 ΔQ_{ij} を規定の範囲内に制限することは

$$\left| \sum_{k=1}^m R_{ijk} \Delta E_k + \sum_{k=1}^m T_{ijk} \Delta Q_k \right| \leq \eta_{ij} \quad (3.222)$$

と表わすことができる。ここに ϵ_i, η_{ij} はそれぞれ電圧変動、無効電力変動の許容値である。たとえば電圧変動の自乗和と送電損失の和を最小にすることを目的とする電圧、無効電力制御では

$$I = \sum_{i=1}^m \Delta E_i^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{j \in s_i} \frac{G_{ij}}{B_{ij}} \Delta Q_{ij} \quad (3.223)$$

を

$$\left| \Delta E_i + \sum_{j \in s_i} H_{ij} \Delta Q_j \right| \leq \epsilon_i \quad (3.224)$$

$$\left| \sum_{k=1}^m R_{ijk} \Delta E_k + \sum_{k=1}^m T_{ijk} \Delta Q_k \right| \leq \eta_{ij} \quad (3.225)$$

なる条件のもとに最小にすることになる。

(3.224)を等式条件に変換するためにスラック変数 w_i, t_i を導入すると

$$\left. \begin{aligned} \Delta E_i + \sum_{j \in s_i} H_{ij} \Delta Q_j + w_i^2 &= \varepsilon_i \\ \Delta E_i + \sum_{j \in s_i} H_{ij} \Delta Q_j - t_i^2 &= -\varepsilon_i \end{aligned} \right\} \quad (i=1 \sim m) \quad (3.226)$$

となり、同様に(3.225)にスラック変数 u_{ij}, v_{ij} を用いると

$$\sum_{k=1}^m R_{ijk} \Delta E_k + \sum_{k=1}^m T_{ijk} \Delta Q_k + u_{ij}^2 = \eta_{ij} \quad (3.227)$$

$$\sum_{k=1}^m R_{ijk} \Delta E_k + \sum_{k=1}^m T_{ijk} \Delta Q_k - v_{ij}^2 = -\eta_{ij}$$

となる。

本方式では各連系点(超高压変電所のLRC)を流れる無効電力を Q_{ik} ($k=1 \sim n$)とし、連系点の高圧側では $Q_{ik}^{(0)}$ 、低圧側では $Q_{ik}^{(k)}$ としてそれぞれを独立に取り扱い、代りに次のような連系条件

$$Q_{ik}^{(0)} - Q_{ik}^{(k)} = 0 \quad (k=1 \sim n) \quad (3.228)$$

を考慮することにする。

さて、全系統の目的を超高压幹線側と各超高压変電所管内の系統側のそれに分割して考え

$$\left. \begin{aligned} I &= \sum_{k=0}^n I_k \\ I_k &= \sum_{i=1}^m (\Delta E_i^{(k)})^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{j \in s_i}^{(k)} \frac{G_{ij}^{(k)}}{B_{ij}^{(k)}} \Delta Q_{ij}^{(k)} \quad (k=0 \sim n) \end{aligned} \right\} \quad (3.229)$$

ここに I_0 : 超高压幹線系統の目的量

I_k : 第 k 超高压変電所管内の目的量

$\Delta P_{ij}^{(k)}$: " の有効汐流

$\Delta Q_{ij}^{(k)}$: " の無効汐流

$G_{ij}^{(k)}, B_{ij}^{(k)}$: " のコンダクタンスとサセプタンス

$S_i^{(k)}$: 第 k 超高压変電所管内 第 i ノードに接続されるノード番号の集合である。

同様にして電圧、無効潮流に関する制限条件 (3.226), (3.227) は各超高压変電所管内のものを考えると

$$\left. \begin{aligned} \Delta E_i^{(k)} + \sum_{j \in S_i} H_{ij}^{(k)} \Delta Q_j^{(k)} + (w_i^{(k)})^2 &= \epsilon_i^{(k)} \quad (k=1 \sim n) \\ \Delta E_i^{(k)} + \sum_{j \in S_i} H_{ij}^{(k)} \Delta Q_j^{(k)} - (t_i^{(k)})^2 &= -\epsilon_i^{(k)} \quad (k=1 \sim n) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.230)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{\ell=1}^m R_{ij\ell}^{(k)} \Delta E_\ell^{(k)} + \sum_{\ell=1}^m T_{ij\ell}^{(k)} \Delta Q_\ell^{(k)} + (u_{ij}^{(k)})^2 &= \eta_{ij}^{(k)} \quad (k=1 \sim n) \\ \sum_{\ell=1}^m R_{ij\ell}^{(k)} \Delta E_\ell^{(k)} + \sum_{\ell=1}^m T_{ij\ell}^{(k)} \Delta Q_\ell^{(k)} - (v_{ij}^{(k)})^2 &= -\eta_{ij}^{(k)} \quad (k=1 \sim n) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.231)$$

となる。

第 3.5.2 節で導いた改訂マルチレベルプログラミングをこの問題に適用するために、全系統の Lagrangian 関数 L を考えると

$$L = \sum_{k=0}^n L_k \dots\dots\dots (3.232)$$

ここに

$$\begin{aligned} L_k = & I_k + \sum_{j=1}^n \lambda_{ij}^{(k)} \left(\Delta E_i^{(k)} + \sum_{j \in S_i} H_{ij}^{(k)} \Delta Q_j^{(k)} + (w_i^{(k)})^2 - \epsilon_i^{(k)} \right) \\ & + \sum_{j=1}^m \lambda_{2j}^{(k)} \left(\Delta E_i^{(k)} + \sum_{j \in S_i} H_{ij}^{(k)} \Delta Q_j^{(k)} - (t_i^{(k)})^2 + \epsilon_i^{(k)} \right) \\ & + \sum_i \sum_j \mu_{ij}^{(k)} \left(\sum_{\ell=1}^m R_{ij\ell}^{(k)} \Delta E_\ell^{(k)} + \sum_{\ell=1}^m T_{ij\ell}^{(k)} \Delta Q_\ell^{(k)} + (u_{ij}^{(k)})^2 - \eta_{ij}^{(k)} \right) \\ & + \sum_i \sum_j \mu_{ij}^{(k)} \left(\sum_{\ell=1}^m R_{ij\ell}^{(k)} \Delta E_\ell^{(k)} + \sum_{\ell=1}^m T_{ij\ell}^{(k)} \Delta Q_\ell^{(k)} - (v_{ij}^{(k)})^2 + \eta_{ij}^{(k)} \right) \\ & - \varphi_k \cdot Q_{tk}^{(k)} \dots\dots\dots (3.233) \\ & \text{for } (k=1 \sim n) \end{aligned}$$

$$L_0 = I_0 + \sum_{k=1}^n \varphi_k \cdot Q_{tk}^{(0)} \dots\dots\dots (3.234)$$

(3.233)式はもし φ_k が与えられたとすると第 k 超高压変電所管内の系統に関するパラメータばかりであるから、 L_k が停留値をとるように各変数 $\Delta Q_j^{(k)}$ を選ぶことによってその管内の最適制御が得られる。同様に超高压幹線側でも L_o が停留値をとるように $\Delta Q_{tk}^{(o)}$ を選ぶのが最適である。しかるに (3.233) 式における φ_k と (2.234) 式における φ_k は連系条件 (3.228) 式が満されたときに一致する。 L_k は $\Delta Q_{tk}^{(k)}$ に関して、 L_o は $\Delta Q_{tk}^{(o)}$ に関しても停留値をとるから

$$\frac{\partial L_k}{\partial \Delta Q_{tk}^{(k)}} = \frac{\partial I_k}{\partial \Delta Q_{tk}^{(k)}} + \varphi_k = 0 \quad (k=1 \sim n) \quad (3.235)$$

$$\frac{\partial L_o}{\partial \Delta Q_{tk}^{(o)}} = \frac{\partial I_o}{\partial \Delta Q_{tk}^{(o)}} + \varphi_k = 0 \quad (k=1 \sim n) \quad (3.236)$$

である。逆にいえば $\Delta Q_{tk}^{(o)}$ 、 $\Delta Q_{tk}^{(k)}$ をどちらも (3.235) 式から求まる φ_k と (2.236) 式から求まる φ_k が一致するよう選べば最適値である。これは第2章で開発した等増分コスト法の1つである。すなわち

$$\Delta Q_{tk}^{(o)} = \Delta Q_{tk}^{(k)} = \Delta Q_{tk} \quad (3.237)$$

$$\Delta Q_{tk} \rightarrow \Delta Q_{tk} + k \left(\frac{\partial I_k}{\partial \Delta Q_{tk}^{(k)}} - \frac{\partial I_o}{\partial \Delta Q_{tk}^{(o)}} \right) \quad (3.238)$$

ΔQ_{tk} を $\frac{\partial I_k}{\partial \Delta Q_{tk}^{(k)}}$ と $\frac{\partial I_o}{\partial \Delta Q_{tk}^{(o)}}$ が一致するように選ぶのが最適である。

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_k}{\partial \Delta Q_{tk}} &= 2 \sum_{i=1}^m \Delta E_i^{(k)} \cdot \frac{\partial \Delta E_i^{(k)}}{\partial \Delta Q_{tk}} + \sum_{i=1}^m \sum_{j \in S_i}^{(k)} \frac{G_{ij}^{(k)}}{B_{ij}^{(k)}} \frac{\partial \Delta Q_{ij}^{(k)}}{\partial \Delta Q_{tk}} \\ &= 2 \sum_{i=1}^m \Delta E_i^{(k)} \cdot H_{ik} + \sum_{i=1}^m \sum_{j \in S_i}^{(k)} \frac{G_{ij}^{(k)}}{B_{ij}^{(k)}} \cdot (T_{ijk}^{(k)} + \sum_{\ell=1}^m R_{ij\ell}^{(k)} \cdot H_{\ell k}^{(k)}) \quad (3.239) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_o}{\partial \Delta Q_{tk}} &= \sum_{i=1}^m \sum_{j \in S_i}^{(o)} \frac{G_{ij}^{(o)}}{B_{ij}^{(o)}} \cdot \frac{\partial \Delta Q_{ij}^{(o)}}{\partial \Delta Q_{tk}} \\ &= \sum_{i=1}^m \sum_{j \in S_i}^{(o)} \frac{G_{ij}^{(o)}}{B_{ij}^{(o)}} (T_{ijk}^{(k)} + \sum_{\ell=1}^m R_{ij\ell}^{(k)} \cdot H_{\ell k}^{(k)}) \quad (3.240) \end{aligned}$$

この考えに基づいた制御方式のブロック図を第 3.4.6 図に示す。図に示すよう最適の ΔQ_{ik} を決定するのは中給の自動給電計算機により行ない、 ΔQ_{ik} を中給から受けて超高圧変電所管内の最適制御を計るのは各超高圧変電所に設置される簡単な制御装置で行なう。中給から各変電所には最適の ΔQ_{ik} を伝送し、各変電所から中給には (3.239) 式で計算される増分コストを伝送する。ここで注目すべきことは増分コストは電圧変動 ΔE_i の一次式であることで、電圧変動が少ないときはほとんど中給と無関係に運転してよいことを示している。すなわち各変電所の制御装置は簡単なコントローラでよいのである。

3.5.5 サブレベル制御用最適化装置の構成

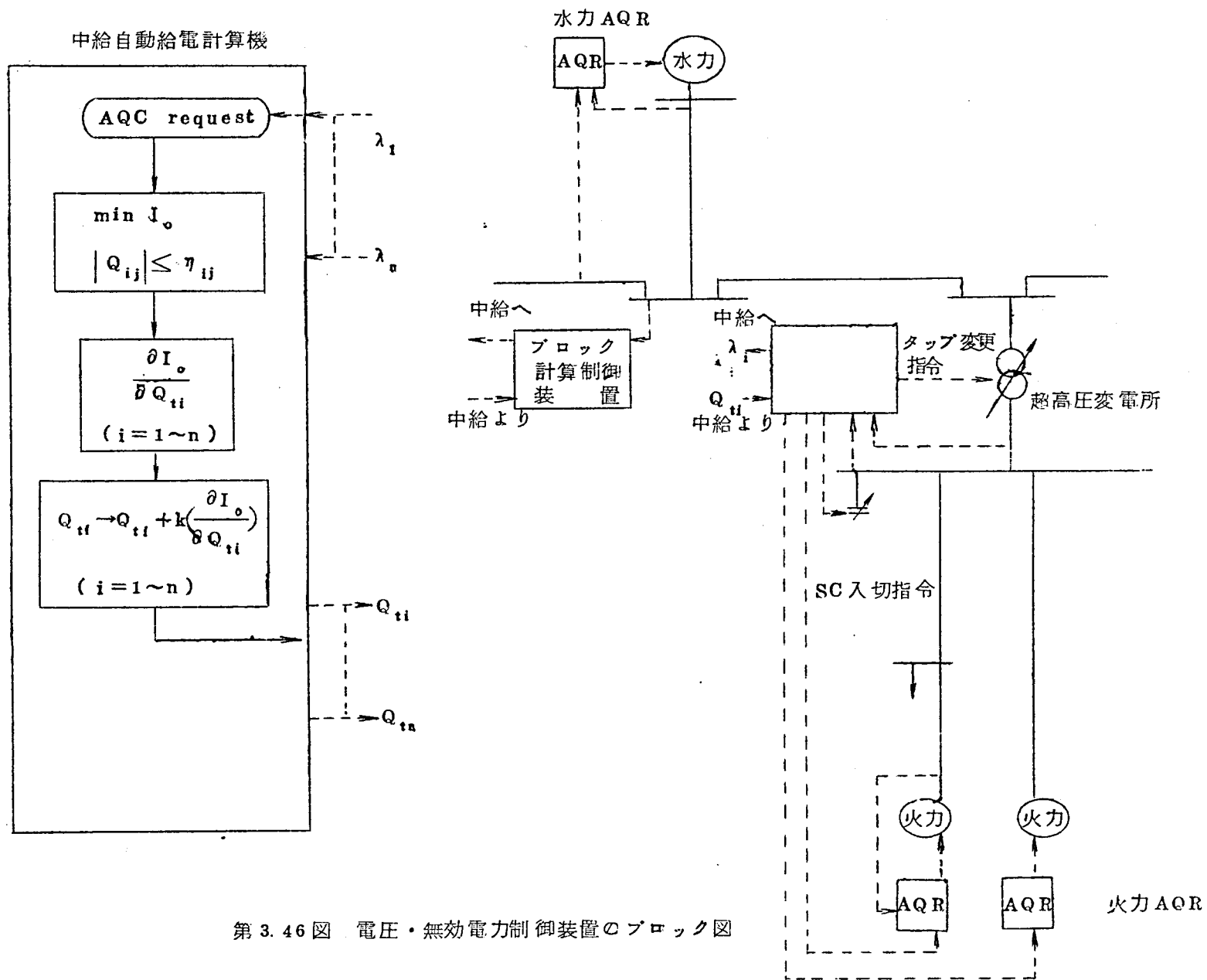
<1> 装置の計算原理

3.5.2 で導いた改訂マルチレベルプログラミングによれば、各部分系統においては、連系に関連する変数は中央から与えられているので、自系統の目的関数を自系統の制約条件のもとに最適化すればよい。

この種の最適問題は制限条件式の中に不等式を含む場合が多いので、主としてディジタル計算機で解くことが考えられ、アナログ計算することは今日比較的関心が薄い。しかし、電圧・無効電力制御の場合には、部分系統が小規模である場合が多く、汎用のディジタルコンピュータシステムよりも更に小規模の専用制御装置が要求されること、また設置場所が無人の現場であり、保守点検の出来ない場合が多いことから、アナログ回路による専用装置を開発するべく、方式開発と原理実験を行った。

LP のアナログ計算機による解法は Princeton 大学の I.B.Pyne⁽⁷⁸⁾ が開発した方法がよく知られているが、一般の最適問題に対するアナログ解法についてはあまり検討されていないように思われる。われわれは「一般の最適問題における極値の必要条件」をアナログ計算回路に組むことにより、一般に「凸な制限条件の下における凸な関数の最小値（凹な関数の最大値）を求める問題」（Convex Programming, CP と略称）に広く適用できることを明らかにし（この事実はいずれ以前にすでに検討されている可能性はあるが、われわれはそれとは独立に研究を進めたものである）、CP および CP の特殊な場合である LP, QP について代表的な例題を選び、これを当研究室のアナログ計算機で実験計算を行なったものである。

この方法は目的関数と制限条件式が線型の場合は、Pyne の「LP のアナログ解法」に



第 3.46 図 電圧・無効電力制御装置のブロック図

一致する。またこの方法は制限条件式が等式の場合、Lagrange の未定乗数法の計算回路と一致する。

一般の最適問題はすべて

$$\text{MIN } f(x_1, x_2, \dots, x_n) \dots\dots\dots (3.241)$$

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \quad (i=1 \sim m) \dots\dots\dots (3.242)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j=1 \sim n) \dots\dots\dots (3.243)$$

で表わすことができる。

これは f, g がともに1次ときはLP (Linear Programming problem)であり、 f が2次で g が1次ときはQP (Quadratic Programming problem)となるものである。

さてこの一般の最適問題に対しては次の定理が導かれる。

定理「微分可能な関数を持った一般の最適問題に対し、境界点 $\underline{x}^0 \equiv (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ が極小であるための必要条件は

$$-\nabla f(\underline{x}^0) = \sum_{i=1}^m \lambda_i \nabla g_i(\underline{x}^0) - \underline{\mu} \quad \underline{\mu} \equiv (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \dots\dots\dots (3.244)$$

なるような $\lambda_i \geq 0 \quad (i=1 \sim m)$ および $\mu_j \geq 0 \quad (j=1 \sim n)$ が存在することである。」

$$\left[\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial}{\partial x_n} \right) \right]$$

この定理はLPの双対定理(duality theorem)を用いて証明することができる。

極小点 \underline{x}^0 に対し $g_i(\underline{x}^0) = 0$ となるすべての i の集合を $M(\underline{x}^0)$ で表わし、 $(\underline{x} - \underline{x}^0)$ を極小点 \underline{x}^0 から制限領域内の任意の点 $\underline{x} \equiv (x_1, x_2, \dots, x_n)$ に向うベクトルであるとする(ただし $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0$)。このとき集合 $M(\underline{x}^0)$ のすべての i および制限領域内のすべての $\underline{x} \geq 0$ に対し

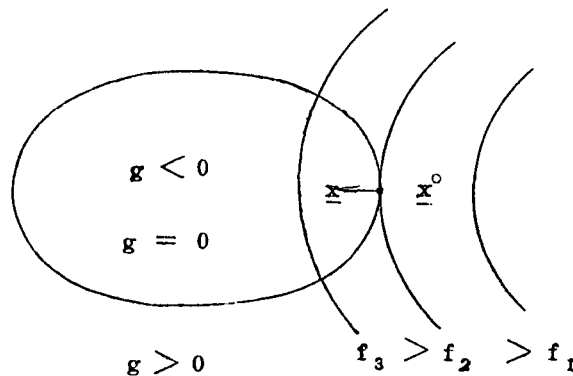
$$\nabla f(\underline{x}^0) \cdot (\underline{x} - \underline{x}^0) \geq 0, \quad \nabla g_i(\underline{x}^0) \cdot (\underline{x} - \underline{x}^0) \leq 0 \dots\dots\dots (3.245)$$

が導かれる。

なぜなら第3.47図を参照して

$$f(\underline{x}^0) = \frac{f(\underline{x}) - f(\underline{x}^0)}{\underline{x} - \underline{x}^0}$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{しかるに } f(\underline{x}) > f(\underline{x}^0) \text{ であるから} \\ \nabla f(\underline{x}^0) \cdot (\underline{x} - \underline{x}^0) \geq 0, \\ \nabla g_i(\underline{x}^0) = \frac{g_i(\underline{x}) - g_i(\underline{x}^0)}{\underline{x} - \underline{x}^0} \\ \text{しかるに } g_i(\underline{x}) \leq g_i(\underline{x}^0) \text{ であるから} \\ \nabla g_i(\underline{x}^0) \cdot (\underline{x} - \underline{x}^0) \leq 0 \end{array} \right]$$



第 3.47 図 制限領域と目的関数

したがって制限領域内の \underline{x} に対しては

$$\nabla f(\underline{x}^0) \cdot \underline{x} \geq \nabla f(\underline{x}^0) \cdot \underline{x}^0 \quad (3.246)$$

である。即ち $\nabla f(\underline{x}^0) \cdot \underline{x}$ には下限値が存在する。このことは 1 次制限条件

$$\nabla g_i(\underline{x}^0) \cdot \underline{x} \leq \nabla g_i(\underline{x}^0) \cdot \underline{x}^0 \quad (3.247)$$

の下に 1 次目的関数 $\nabla f(\underline{x}^0) \cdot \underline{x}$ を最小に (したがって $-\nabla f(\underline{x}^0) \cdot \underline{x}$ を最大にする LP に解が存在することを意味する。

この LP に解が存在するならば LP の双対定理 (duality theorem) から

$$\text{MIN} \sum_{j \in M(\underline{x}^0)} \lambda_j [\nabla g_j(\underline{x}^0) \cdot \underline{x}^0] \quad (3.248)$$

$$\sum_{j \in M(\underline{x}^0)} \lambda_j [\nabla g_j(\underline{x}^0)] \geq -\nabla f(\underline{x}^0) \quad (3.249)$$

なる双対問題に対する解 $\lambda_j \geq 0$ が存在する。 $M(\underline{x}^0)$ に属さない j に対する λ_j はすべて零であり、 $g_j(\underline{x}^0) < 0$ なる制限条件を満たしている。

かくして不等式(3.249)から

$$-\nabla f(\underline{x}^0) = \underline{\lambda} \nabla G - \underline{\mu} \quad (3.250)$$

ここに $\underline{\lambda} \equiv (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$, ∇G は \underline{x}^0 で計算されたすべての i に対する g_i の第1次偏導関数のマトリックスであり, $\underline{\mu} \equiv (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$ は非負のスラックス変数である。ベクトル \underline{x}^0 とスカラー積をとると

$$\underline{\mu} \underline{x}^0 = (\underline{\lambda} \nabla G) \underline{x}^0 + \nabla f(\underline{x}^0) \underline{x}^0 = 0 \quad (3.251)$$

なぜなら原形の問題の最小値 $-\nabla f(\underline{x}^0) \underline{x}^0$ と双対問題の最大値 $\underline{\lambda} \nabla G \underline{x}^0$ は等しいからである。(3.251)式と $\underline{\mu}$, \underline{x}^0 がともに非負であることから, もし $x_j > 0$ ならば対応する μ_j は零でなければならない。

・「LPの双対定理

LP

$$\begin{cases} \text{MAX } CX \\ AX \leq B \\ X \geq 0 \end{cases}$$

の解 X が存在するならば

LP

$$\begin{cases} \text{MIN } YB \\ YA \geq C \\ Y \geq 0 \end{cases}$$

にも解 Y が存在し

$$CX = YB$$

である。

以上で定理の証明は完結する。

この定理は一般の最適問題の極値の必要条件を与えるものである。こうして求まった \underline{x}^0 は部分的な極小値であり必ずしも全体の最小値ではない。しかしもし制限条件が凸で目的関数も凸であればこの定理は必要十分条件を与え \underline{x}^0 は全体の最小値である。

この定理を微分方程式の形に変形すれば凸な制限条件の下に凸な目的関数を最小にする(これはまた凹な関数を最大にすることでもある)問題(以後この問題を凸関数問題と称する)をアナログ計算機で解くことができるであろう。

今 n 次元空間内で定義された点 P を位置ベクトル \underline{r} で表わす。

$$\underline{r} = x_1 \underline{i}_1 + x_2 \underline{i}_2 + \cdots + x_n \underline{i}_n \quad (3.252)$$

ここに $\underline{i}_1, \underline{i}_2, \dots, \underline{i}_n$ は単位ベクトルである。

点 P が条件 (3.244) 式を満たすように移動するための微分方程式は K を任意の数として

$$\frac{d\underline{r}}{dt} = -K(\nabla f + \lambda \nabla G - \underline{\mu}) \quad (3.253)$$

ただし、もし $g_j < 0$ なら $\lambda_j = 0$ 、もし $x_j > 0$ なら $\mu_j = 0$ である。

なぜなら \underline{r} は右辺が零となるまで時間とともに空間内を移動するからである。これをブロック線図にすれば第 3.48 図をうる。すなわち各制限条件に対し第 3.48 図(a)のような回路を用意し、各変数に対し第 3.48 図(b)のような回路を設け、両者を組合せば一般の最適問題のアナログ解析ができる。

< 2 > 装置の動作説明

一般の最適問題において f, g がともに一次式の場合が LP に相当する。簡単のため LP を例にとって説明する。

一般に LP は次のように表わされる。

$$f = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n \quad (3.254)$$

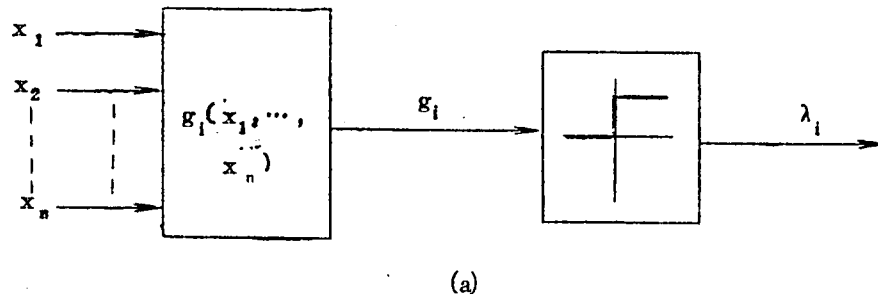
$$\left. \begin{aligned} g_1 &= a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \cdots + a_{1n} x_n - b_1 \leq 0 \\ &\vdots \\ g_m &= a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \cdots + a_{mn} x_n - b_m \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.255)$$

$$\text{MIN } f, x_j \geq 0 \quad (j=1 \sim n), \quad n > m \quad (3.256)$$

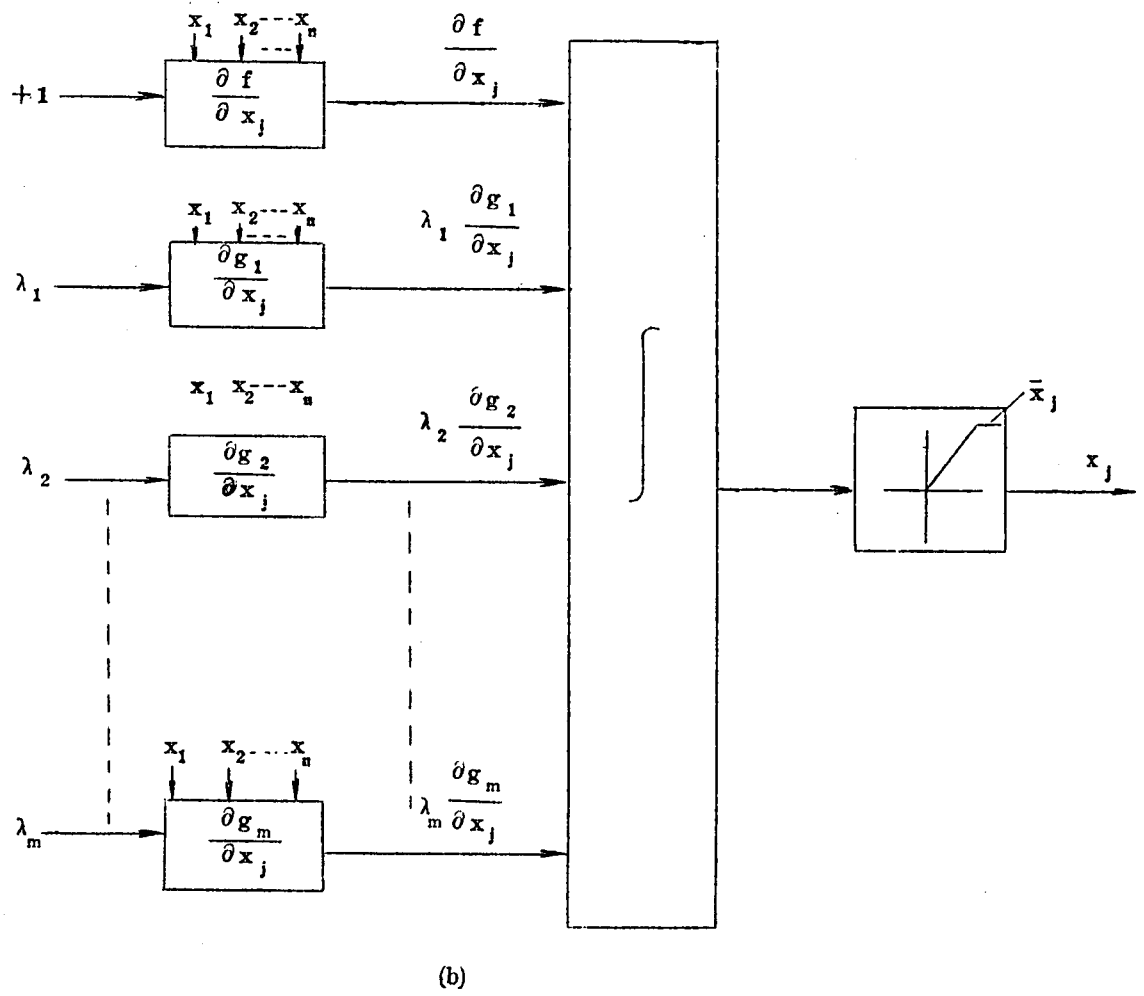
(3.255) 式は n 次元ユークリッド空間内における超多面体を構成し、(3.254) 式は f はパラメータとする平行な超平面群を表わしている。したがって最適解はこの多面体の頂点と平面の交点の中で f を最小にするものである。

前章で述べた解法をこの問題に適用すると、 n 次元ユークリッド空間において定義された点 P の任意ベクトルを \underline{r} として

$$\frac{d\underline{r}}{dt} = -K(\nabla f + \sum_{i=1}^m \lambda_i \nabla g_i - \sum_{j=1}^n \mu_j \underline{e}_j) \quad (3.257)$$



(a)



(b)

第 3.48 図 最適問題の解法

なる微分方程式をアナログ計算機で解くことである。

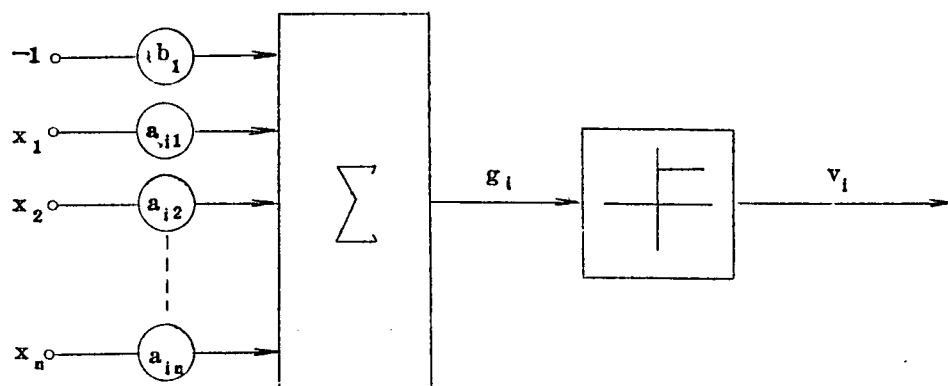
ここに $\underline{i}_1, \underline{i}_2, \dots, \underline{i}_n$ を単位ベクトルとして

$$\underline{r} = x_1 \underline{i}_1 + x_2 \underline{i}_2 + \dots + x_n \underline{i}_n \quad (3.258)$$

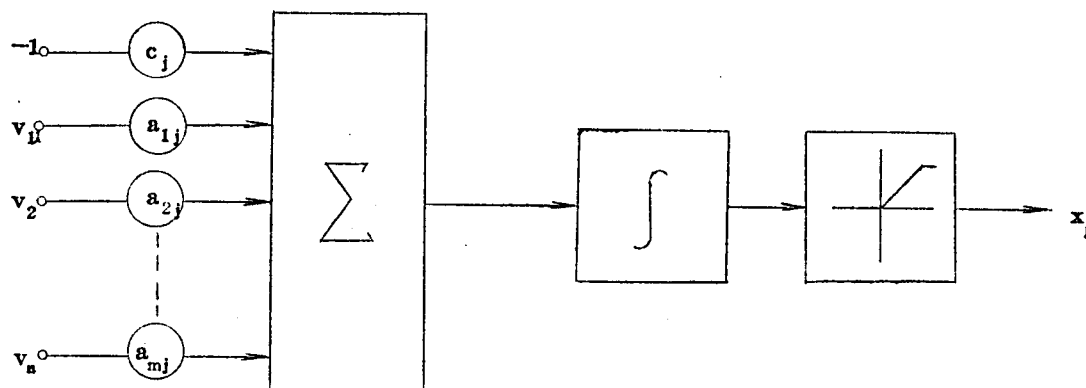
$$\nabla f = \sum_{j=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_j} \underline{i}_j = \sum_{j=1}^n c_j \underline{i}_j \quad (3.259)$$

$$\nabla g_i = \sum_{j=1}^n \frac{\partial g_i}{\partial x_j} \underline{i}_j = \sum_{j=1}^n a_{ij} \underline{i}_j \quad (3.260)$$

$$\text{ただし} \quad \begin{cases} \lambda_i = 0 & \text{もし} & g_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - b_i \leq 0 \\ \lambda_i > 0 & \text{もし} & g_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - b_i > 0 \end{cases} \quad (3.261)$$



(a)



(b)

第 3.49 図 LP を解くブロック線図

$$\begin{cases} \mu_j = 0 & \text{もし } x_j \geq 0 \\ \mu_j > 0 & \text{もし } x_j < 0 \end{cases} \quad (3.262)$$

これをブロック線図にすると第3.49図をうる。すなわち各制限条件に対し第3.49図のような回路を、各変数に対しては第3.49図のような回路を構成すればよい。

この回路はLPのアナログ解法として知られるPyneの方法⁽³⁾と一致している。

簡単な例題をとって、この回路の動作原理を説明する。

$$f = \frac{10}{4}x_1 + \frac{10}{3}x_2 \quad (3.263)$$

$$\left. \begin{aligned} g_1 &= -10x_1 - 2x_2 + 1 \leq 0 \\ g_2 &= -2x_1 - 5x_2 + 1 \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.264)$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \quad (3.265)$$

のような問題はその制限条件範囲を x_1, x_2 平面に描くと第3.50図をうる。図において任意の初期値を点Pとし、最適点をRとする。点Pは制限条件

$$g_1 \leq 0, \quad g_2 \leq 0, \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

を満足している点Pの運動は微分方程式

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = -K\nabla f \quad (3.266)$$

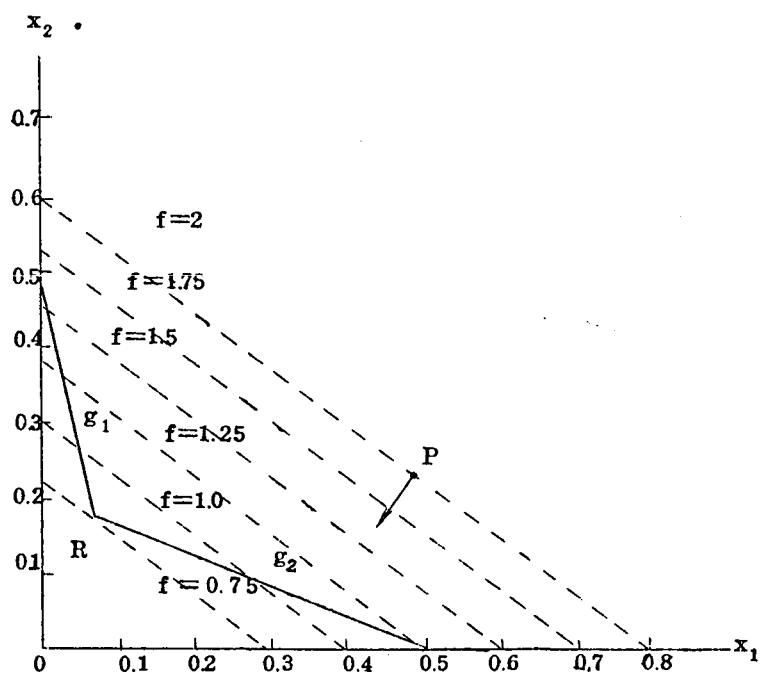
である。すなわち第3.51図に示すように点Pは f の等高線に対し直角の方向に移動し点Qに至る。点Qでは制限条件 $g_2 \leq 0$ に違反するのでその運動方程式は

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = -K(\nabla f + \lambda_2 \nabla g_2) \quad (3.267)$$

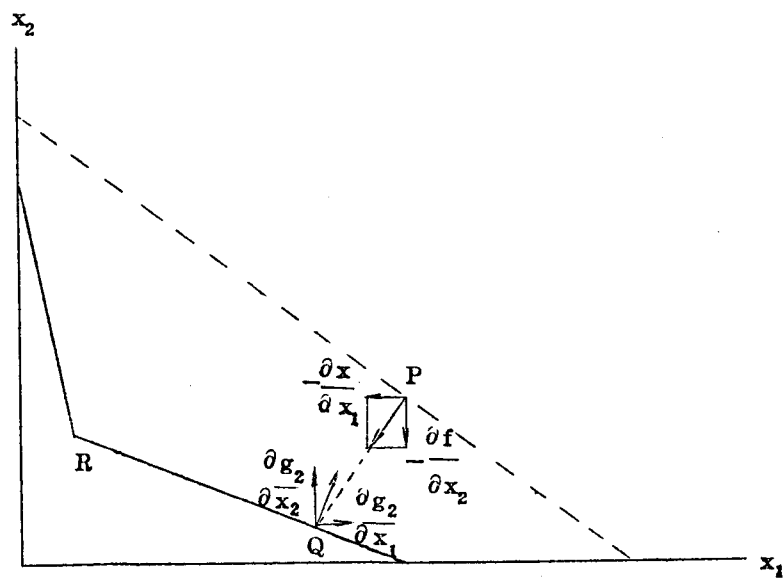
となる。すなわち点Pは等高線に直角な方向に進める力と制限条件 g_2 に垂直な方向に修正する力を同時に受ける。Q点の近傍における点Pの運動を拡大して模示すると第3.52図のようになる。すなわち点Pが制限条件 g_2 に違反して Q_1 に至ると g_2 に垂直な方向の修正力 $\lambda_2 \nabla g_2$ を受け、制限条件内の点 P_1 に入り、ここで $\lambda_2 = 0$ となるので再び等高線に直角方向に移動して点 Q_2 に至る。 Q_2 より再び修正力を受けて P_2 に入り、以下この動作をくり返し結果として制限条件 g_2 上を最適点Rに向かって移動する。

最適点Rの近傍では点Pは

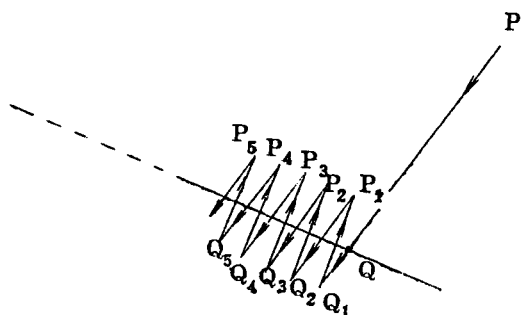
$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = -K(\nabla f + \lambda_1 \nabla g_1 + \lambda_2 \nabla g_2) \quad (3.268)$$



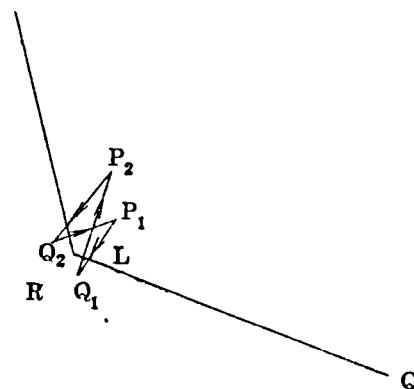
第 3.50 図 LP 回路の動作原理図



第 3.51 図 変数の変動



第 3.52 図 変数の移動



第 3.53 図 変数の移動

なる運動方程式にしたがい、第 3.53 図に拡大模示するように $P_1 - Q_1 - P_2 - Q_2 - P_1$ のサイクルを描き点 R を確保する。

3.5.6 装置の原理実験と問題点の検討

以下は例題，解析に用いた回路，および計算結果である。

(1) LP

$$\text{MIN } f = \frac{1}{4} x_1 + \frac{1}{3} x_2 \quad (3.269)$$

$$\left. \begin{aligned} g_1 &= -x_1 - 0.2x_2 + 0.1 \leq 0 \\ g_2 &= -0.2x_1 - 0.5x_2 + 0.1 \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.270)$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \quad (3.271)$$

第 3.54 図はこの問題の制限範囲と f の等高線および各種の初期値 a, b, c, \dots, j を出発点とした場合の求解の軌跡を示したものである。

この例題の最適解は制限条件 $g_1 = 0, g_2 = 0$ の交点上にある。

(2) QP-1

$$\text{MIN } f = (x_1 + 0.1)^2 + (x_2 + 0.1)^2 \quad (3.272)$$

$$\left. \begin{aligned} g_1 &= -x_1 - 0.2x_2 + 0.1 \leq 0 \\ g_2 &= -0.2x_1 - 0.5x_2 + 0.1 \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.273)$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \quad \dots\dots\dots (3.274)$$

第 3.5 5 図はこの問題の制限範囲， f の等高線，求解の軌跡を示したものである。この問題の最適解は明らかに例題 LP と同じく，制限条件 $g_1=0$ ， $g_2=0$ の交点上にある。

(3) QP-2

$$\text{MIN} f = (x_1 - 0.2)^2 + (x_2 + 0.1)^2 \quad \dots\dots\dots (3.275)$$

$$\left. \begin{aligned} g_1 &= -x_1 - 0.2x_2 + 0.1 \leq 0 \\ g_2 &= -0.2x_1 - 0.5x_2 + 0.1 \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.276)$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \quad \dots\dots\dots (3.277)$$

第 3.5 6 図はこの問題の制限範囲， f の等高線，求解の軌跡を示したものである。この問題の最適解は制限条件 $g_2=0$ の上にある。

(4) CP-1

$$\text{MIN} f = (x_1 + 0.2)^2 + (x_2 - 0.5)^2 \quad \dots\dots\dots (3.278)$$

$$\left. \begin{aligned} g_1 &= -x_1 - 0.2x_2 + 0.1 \leq 0 \\ g_2 &= (x_1 - 0.5)^2 + (x_2 - 0.5)^2 - 0.25 \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.279)$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \quad \dots\dots\dots (3.280)$$

第 3.5 7 図はこの問題の制限範囲， f の等高線，求解の軌跡を示したものである。この問題の最適解は制限条件 $g_1=0$ ， $g_2=0$ の交点上にある。

(5) CP-2

$$\text{MIN} f = (x_1 + 0.1)^2 + (x_2 + 0.1)^2 \quad \dots\dots\dots (3.281)$$

$$\left. \begin{aligned} g_1 &= -x_1 - 0.2x_2 + 0.1 \leq 0 \\ g_2 &= (x_1 - 0.5)^2 + (x_2 - 0.5)^2 - 0.25 \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.282)$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \quad \dots\dots\dots (3.283)$$

第 3.5 8 図はこの問題の制限範囲， f の等高線，求解の軌跡を示したものである。この問題の最適解は制限条件 $g_2=0$ の上にある。

以上の原理実験から，部分システムの最適化装置として，このようなアナログ形の装置を用いることができることが明らかになった。わが国のように部分システムが小規模で，

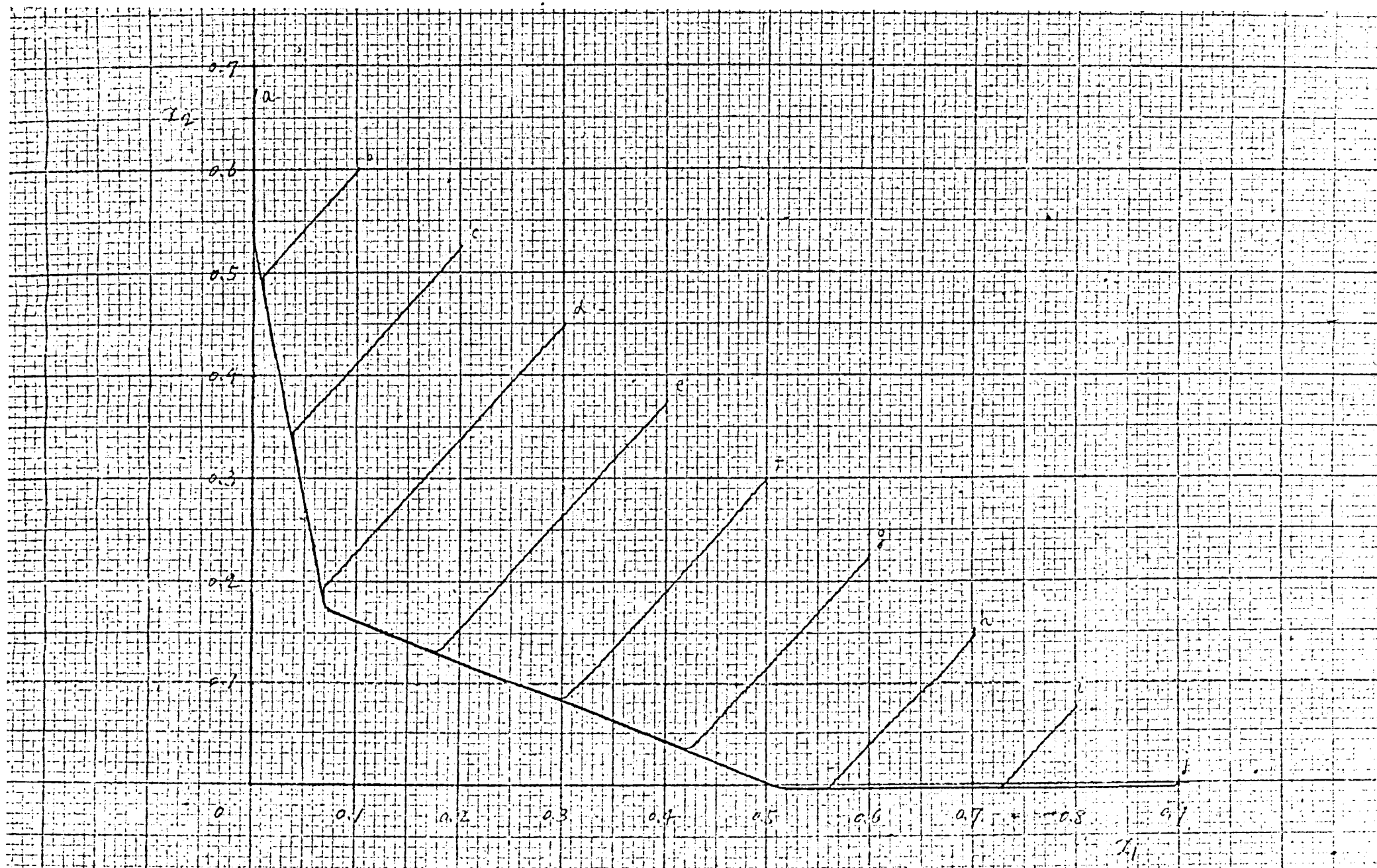


图 3.54 LP 问题的最优解

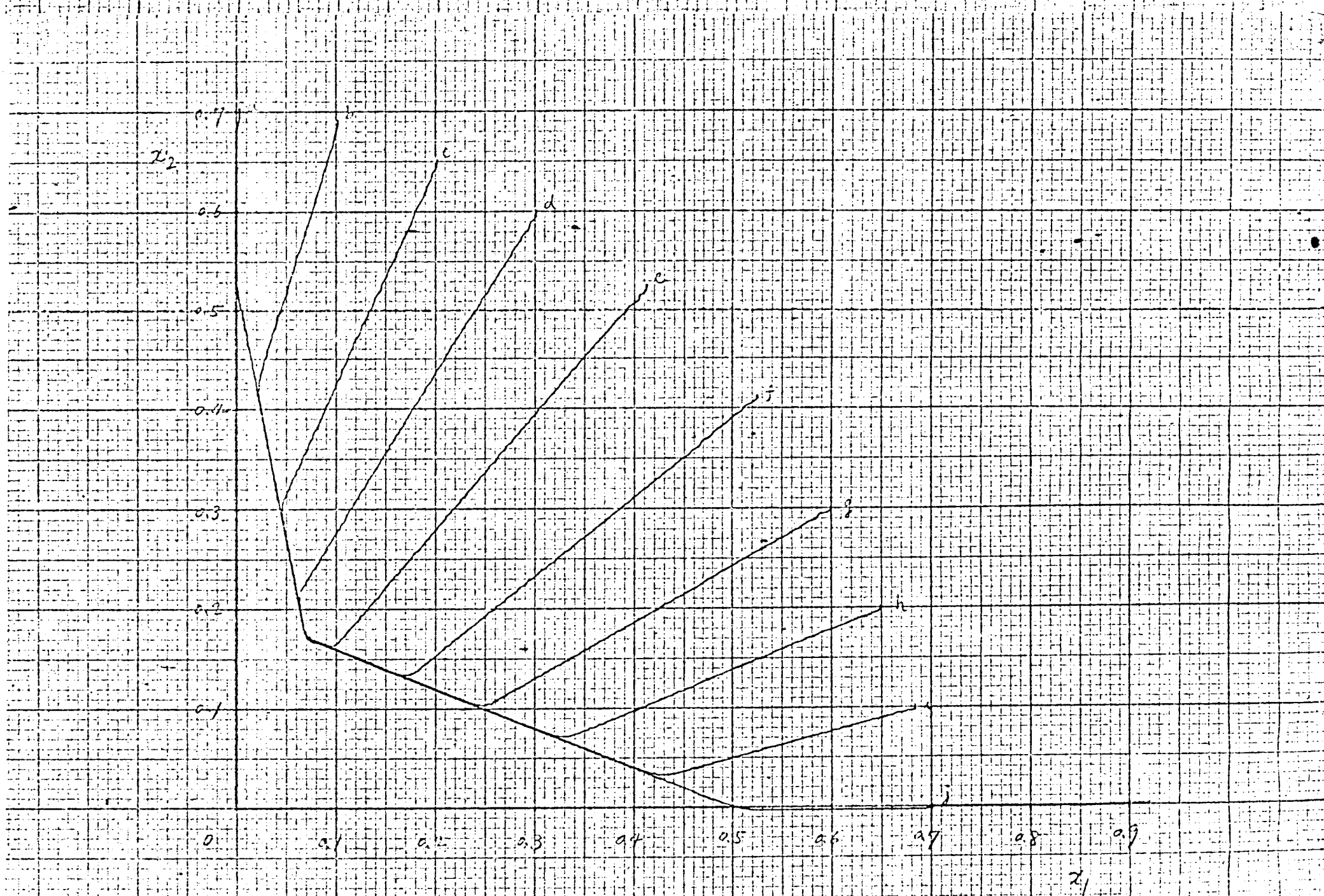


图 3.55 LP 问题的最优解

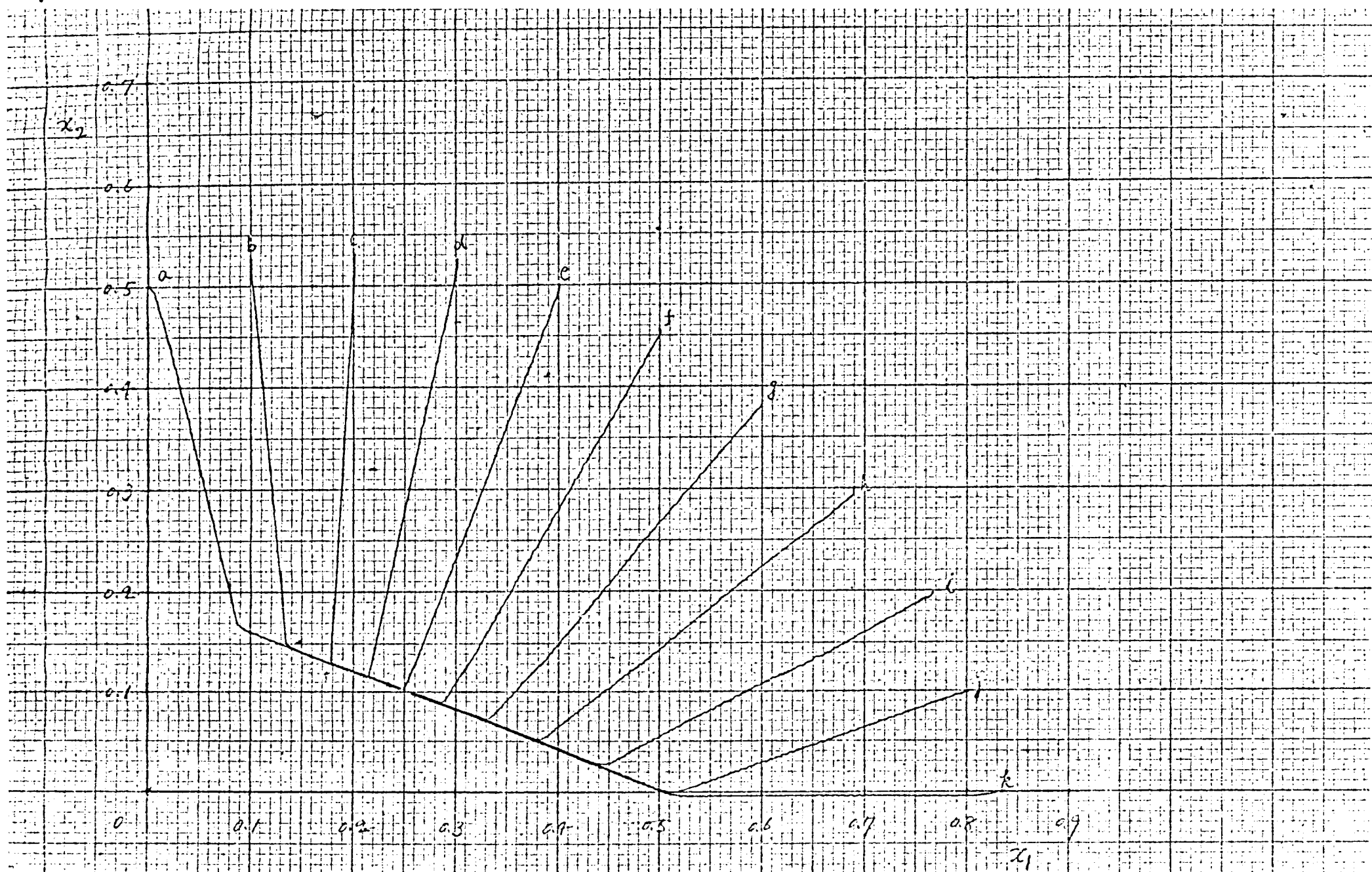


图 3.56 图 GP-2 的求解轨迹

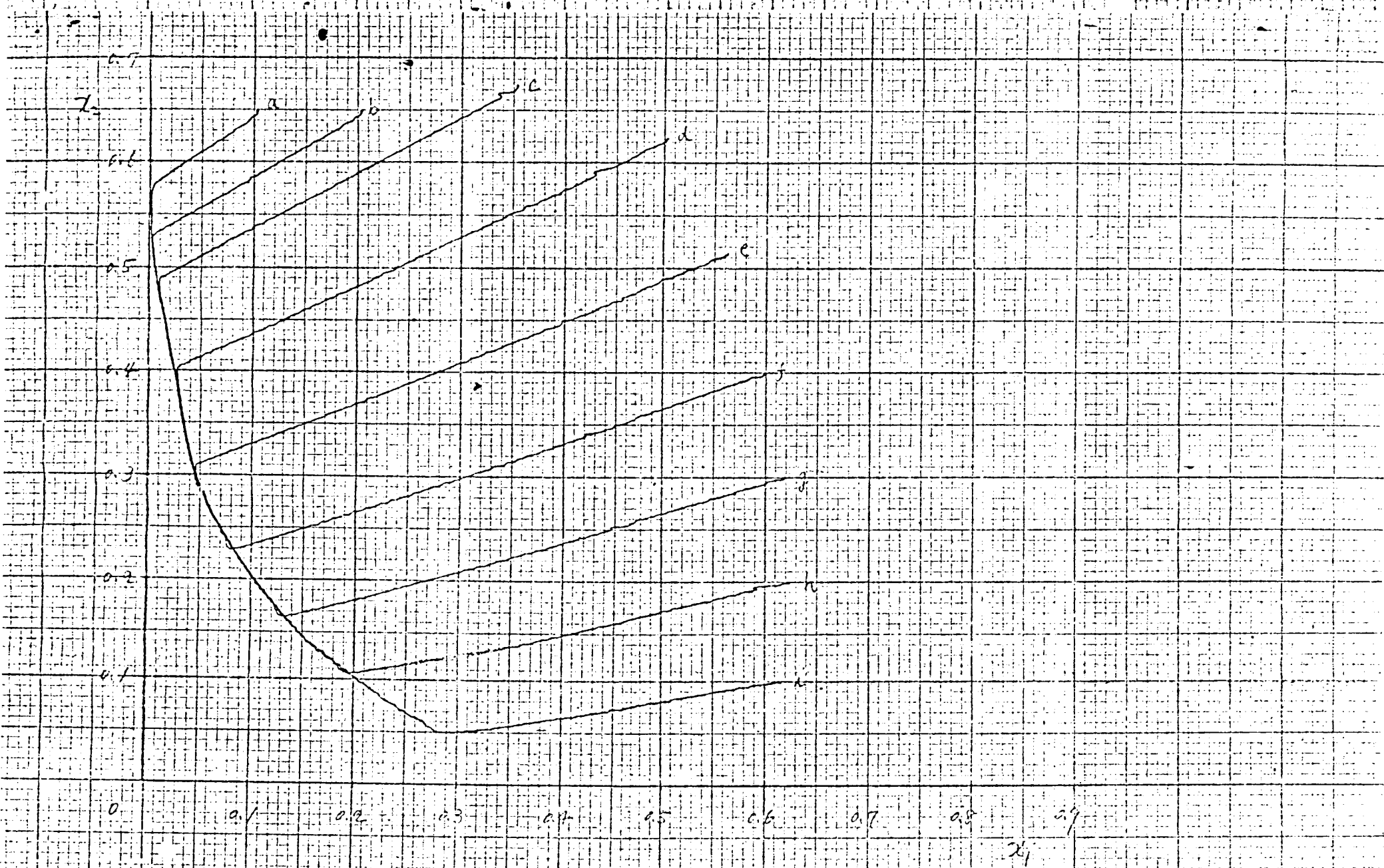


图 3.57 图 GP-1 的求解轨迹

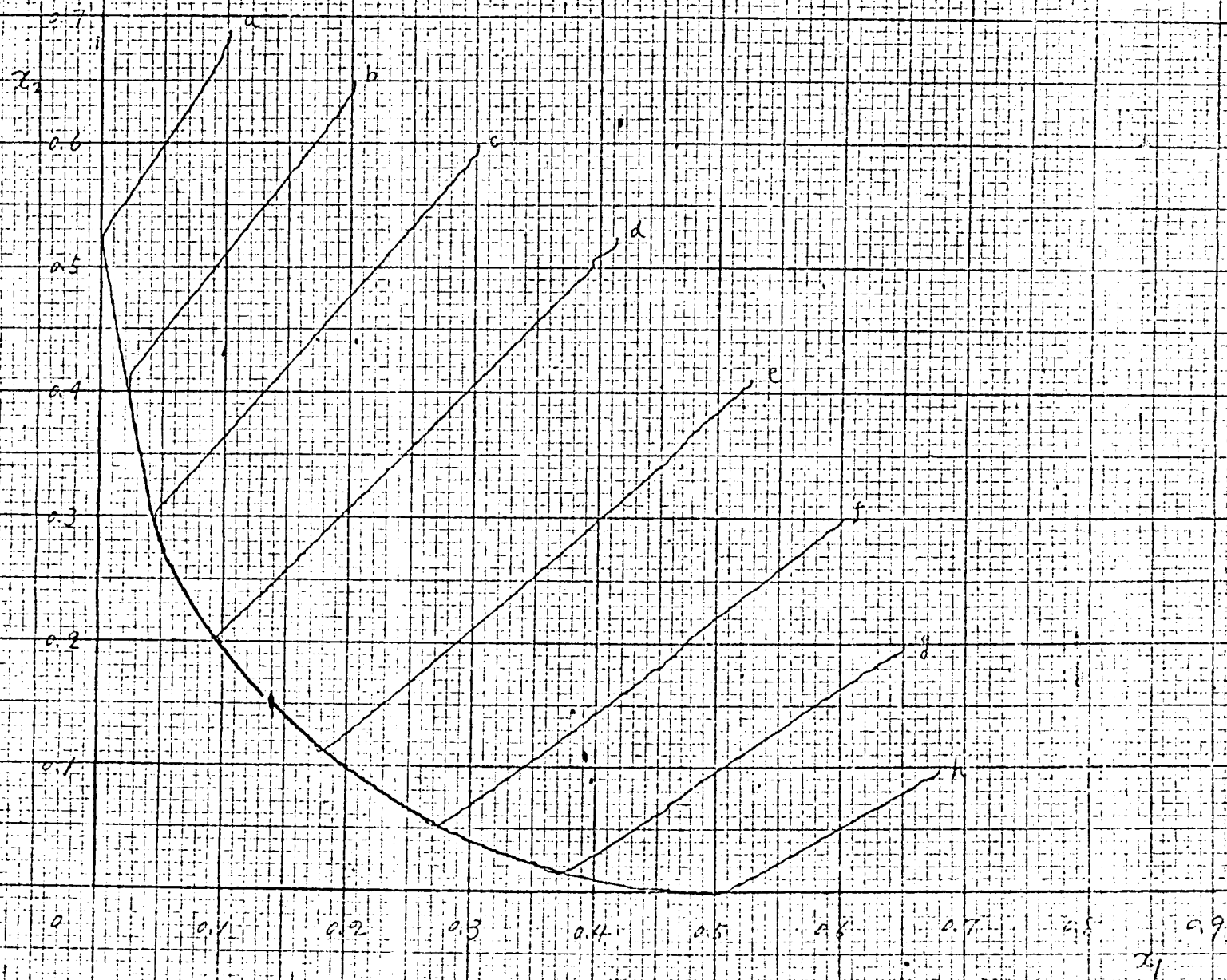


图 3.58 CP问题的求解轨迹

かつ系統各所に散在する場合には有効な装置となるものと思われる。

われわれは電圧・無効電力の制御を1次系と2次系からなるマルチレベル制御としてとらえ、特にオンライン制御に適した制御アルゴリズムを開発するべく、改訂マルチレベルプログラミングを開発した。このアルゴリズムに基づいて部分システムの最適化装置を検討し、アナログ形の簡単な装置を用いてシステム構成できることを明らかにした。しかし、中央のコンピュータと組合せ、実系統にて運転試験を行うのは機会がなく今後の問題として残されている。

4. プロセス計算制御向ソフトウェアシステムの Overload 解析

4.1 概 要

1958年に誕生したプロセスの計算制御システムは、当時の予想を3倍も上回る大巾な発展をとげ、1965年には565台、1970年には5,000台にのぼるシステムが設置されてきた。⁽²⁾1965年頃を境に計算制御システムは開発期に入ったといつてよい。またこれと同時に計算制御システムはトータルシステムにおける管理情報制御への志向を強める一方、これまでのプロセス計算制御が各分野へ急速に普及し始めたといえるであろう。今日プロセス計算制御はなお年間20%以上の成長率で普及しつづけている。

このような背景から、最近、計算制御システムの生産性、特にソフトウェアの生産性が問題視されるようになってきた。米国ではシステムが大規模な場合、1年半の期間37人の人手を要し、ソフトウェア開発コストがシステム全体のコストに占める割合が50%に達しているといわれている。⁽³⁾わが国における例では、火力発電所の標準的なシステムの場合、1年間、10人の人手を要し、システムコストに対する比率は20%程度である。しかしこの比率はハードウェアコストが5年間で $\frac{1}{3}$ ～ $\frac{1}{5}$ の割合で低減されてゆくこと、逆にソフトウェアコストは人件費が年間10～15%の割合で上昇してゆくことを考えると、今後ますます大きくなり、プロセス計算制御システムの普及はプログラムシステム開発の生産性に依存することになるであろうと思われる。ソフトウェアの生産性を上げることは、今日プロセス計算制御システムの最も重要な技術課題である。

米国においては、1968年頃よりプロセス制御用言語に関する議論が活発に行われるようになった。1967年頃から米国の制御用計算機メーカーではアセンブラに代ってプロセスランゲージを応用する試みがなされていた⁽²⁾が、1968年E.A.WeissらがIEEE誌に⁽⁷⁾これら言語の標準化に関するアンケートを行ったのが発端となっている。その後、プロセス制御用言語標準化への具体的な動きがみられ、そのための検討プロジェクトが1969年、T.J.Williamsを主査として発足している。⁽⁸⁾

制御用言語として現在までに開発されたものを大別すると、既存の言語(FORTRAN, PL/1など)にオンライン用、制御用と言った用途を考慮していくつかの機能を追加また

は削除した形式およびある特定ユーザに対して作成された言語を汎用化したものとして定められたフォームにパラメータを記入する (FILL-IN-THE-BLANK) 形式とがある。一般的には前者が Procedure Oriented であり、後者が Problem Oriented な性格を有していると言える。表 4.1, 表 4.2 にその具体的な例をいくつか紹介する。

表 4.1 プロセス制御用手続き言語

言語の名称	使用機種	開発会社名
AUTORAN	CDC-1700	Control Data
PROCESS FORTRAN	GEPAC-4020	General Electric
SPL IV		Leeds and Northrup
SPL/JOVIAL 6	IH-4000	Leeds and Northrup
BPL	GEPAC-4020	General Electric
RTL		Case Institute
INDAC	PDP-8	Digital Equipment
CONTROL WARE	DDP-516	Honeywell
PROSEL	K-70	Kent Institute
CORAL 66		Royal Radar Establishment
P250 FORTRAN	PRODAC-250	Westinghouse

表 4.2 プロセス制御用問題向言語

言語の名称	使用機種	開発会社名
BICEPS	GEPAC-4020	General Electric
CONSUL	ARGUS	Ferranti
PROSPRO	IBM-1800	International Business Machine
BATCH		Foxboro
GPCP	IBM-1800	Bonner and Moore
LAM	PCP-38	Foxboro
OPO	GEPAC-4020	Bonner and Moore
SERIES/6	DPP-516	Honeywell
PROCON	K-70	Kent Institute

このように現在各種の言語が開発されており、多くの計算機メーカーがこれらの言語を有しているので、オンライン用あるいは制御用プログラミングにこれらが使用されているような印象を受けるが、1968年 Control Engineering 誌が調査した結果によるとこの分野ではアセンブラーによるものが2/3以上を占めている。従って言語が開発されたか

らといって、必しも使用されているとはいえない。

一般的に、アセンブラ^{言語}は

- 効率良いメモリの使用が可能
- プログラムおよびデータ操作の自在性に富む。
- 計算機ハードウェアの機能をフルに活用できる。
- 実行時間の高速化が計れる。

コンパイラ^{言語}では

- 計算機と独立にプログラミングが可能
- 標準化が容易
- Self-Documentation
- 修得の容易性
- 作成、修正時間の短縮
- デバッグ、チェックの容易性

が特徴として考えられる。

このように両者は長短があるので、われわれはこの両者が協調して用いられたとき最も効率のよいソフトウェアの生産性が得られるものであるという立場をとっており、手続き向き言語の開発に先立ち、まづプロセス計算制御に固有の機能を有する標準的なプログラムシステムをアセンブラ^{言語}でも密に作成しておき、この下にユーザが手続き向き言語を用いて自由に作成したプログラムをユニットとして協調動作させるシステムを開発した。⁽⁸¹⁾ このシステムは標準的なプロセス制御専用の問題向け言語であるといえる。本章の前半はこのプログラムの機能と構成を説明している。

このようなソフトウェアシステムの性能は、いかに効率よくハードウェアシステムを使用して制御プログラムユニットを毎秒いくつ処理できるかによって評価できる。これにはパッケージの計算機占有率、制御プログラムユニットの計算機占有率、およびハードウェアシステムのOverload 限界を解析しなければならない。

従来、計算制御システムの設計に際しては、ハードウェアの仕様とソフトウェアの仕様を決定するのに多分に勘に頼るところがあり、ハードウェアの能力不足で、プロセス制御プログラムユニットの起動数が限定され、プロセス制御に時間遅れを生じたり、逆にハードウェアの能力が20～30%しか活用されず、計算機がidleの期間が大部分を占めるような場合が出ていた。これらをさけるためにシステムの設計に際しては、要求されている機能から、ソフトウェアシステムの規模を推定し、Overload解析を行ってハードウエ

アの適正規模、すなわちコア容量、ドラム容量、入出力装置のチャネル容量などの決定と、ソフトウェアの性能評価、すなわち単位時間当りの制御プログラムユニット起動率を把握しなければならない。

本章の後半は、これをプログラム待行列の観点から解析し、ソフトウェアシステムの評価と設計基準を提供するものである。本解析は、ソフトウェアシステムの設計、ハードウェア規模の決定の基準となるだけでなく、今後のハードウェアシステム、オペレーティングシステムの開発の基礎となるデータを提供するものとなる。本章はまずプロセス計算制御ソフトウェアシステムの構成を述べ、次にOverload解析を行い、最後に火力発電所計算制御システムの実例につき解析結果と実測結果の比較を行なっている。⁽⁸¹⁾

4.2 プロセス計算制御ソフトウェアシステムの構成

プロセス計算制御のソフトウェアシステムはプロセス制御プログラムユニットとプロセス制御標準パッケージからなっている。前者はプロセス固有の特性や制御目的によってそれぞれ異なるので、一般に標準化できないが、これらはプロセス制御用のマクロ命令がFORTRAN^{言語}を用いてプログラムできるようになっている。後者は大別して

- (1) プロセス制御用プログラムユニットのリスト処理
- (2) データロギングなどのオンライン情報処理
- (3) プログラムの作成、変更、デバッキングの支援

の三つの機構からなっている。

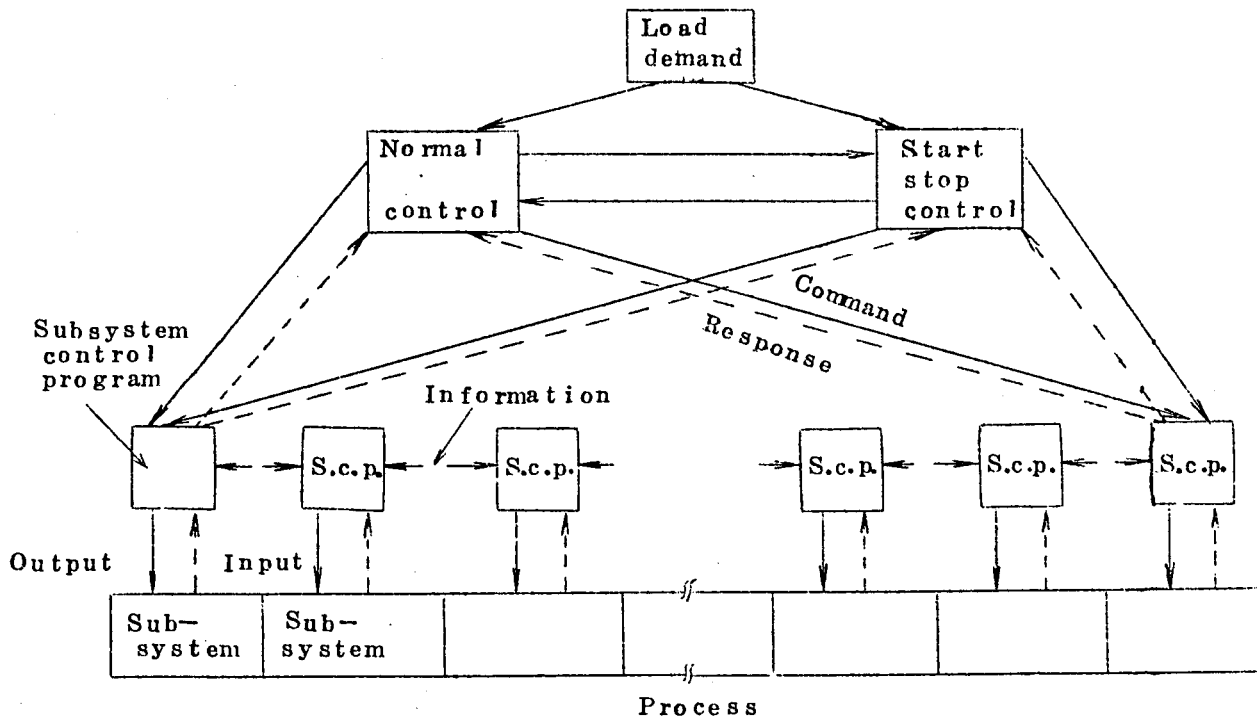
4.2.1 プロセス制御プログラム

プロセス制御プログラムは対象システム別に、また機能別に分割してユニット化する。⁽⁸²⁾

(1) システム別分割

計算機制御が対象とするようなプロセスは、いくつかの小プロセスがサブシステムを構成していて、それらが相互に連系されて全システムが構成されている。制御方式も全変数を同一次元で取り扱うのではなく、階級を持っており、サブシステム単位の制御とシステム全体の制御を行なう段階に分けられる。本ソフトウェアシステムにおいても、制御プログラムはサブシステム単位のプログラムユニットとシステム全体の制御のプログラムユニットに分けている。サブシステム内部の問題は各サブシステム内のプログラムで解決する

ようにしており、システム全体のプログラムは各サブシステムに指令を発し、指令を受けたサブシステムのプログラムは、その指令に従うようサブシステムを操作し、その情報をシステム全体の制御プログラムに送る。第4.1図はサブシステム単位の制御プログラムの分割とシステム全体の制御の方式を示す。

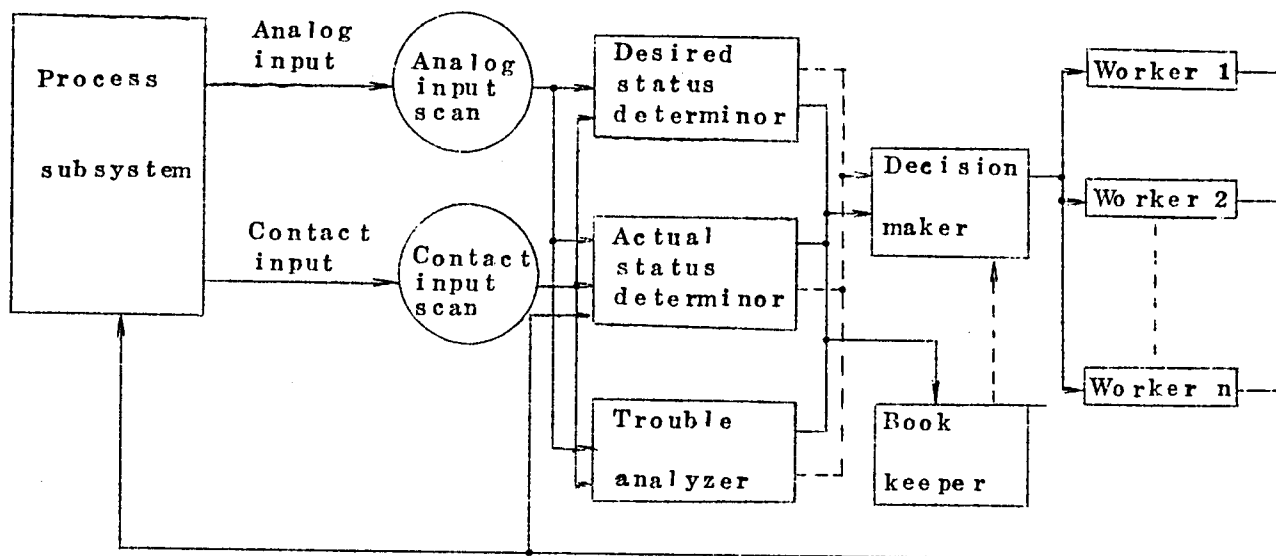


第 4. 1 図 プロセス制御の階級構成

(2) 機能別分割

第4.2図に各サブシステム内の機能別プログラムの構成を示す。図のような各サブシステムは一つの自治体として情報の収集、判断、実行の機能を持ち、各サブシステム内の問題はそのサブシステムのプログラムで処理するようになっている。機能別に一つのサブシステム内のプログラムを分割すると次のようになる。

- (a) 状態検出：サブシステムおよび機器が現在どのような状態になっているか入力信号の組み合わせによって決めるもの。
- (b) 目標設定：システム全体の制御プログラムからの指令および他のサブシステムからの要求などから、このサブシステムおよび機器の現在あるべき状態を決めるもの。
- (c) 判定：状態検出プログラム、目標設定プログラムなどの情報から何らかの処置が必要



第 4.2 図 サブシステムプログラムの構成

- ・ 要かどうかの判断を行ない、必要な場合には実行プログラムに作業を命ずるもの。
- (d) 実行：判定プログラムからの命令に従い、実際の駆動端を動作させるもの。
- (e) 異常監視：システムまたは機器の各点を常に監視し、現実が発生している異常，または予想される異常をとりあげて，状態検出プログラム，判定プログラムを起動するもの。
- (f) 記憶：状態検出，目標設定，異常処理に含まれないような種々の情報を状態の変化に応じて，常に最新のデータを貯えておき，判定プログラムの使用に供するもの。

4.2.2 制御プログラムユニットのリスト処理⁽⁸²⁾

以上のような制御プログラムユニットは一定時間周期で起動されるものもあれば，プラントの状態変化によってランダムに起動されるものもある。本ソフトウェアパッケージではこれらを優先順位のついた 5 階級のリストに起動時間を指定して登録方式をとっている。リストはタイマと連動しており，一定の時間間隔毎に監視され，起動時間のきたもののなかで，優先順位の高いものから実行する。このリスト処理によって，多数の制御プログラムユニットの起動を統一的に制御する事ができるので，プログラムの起動シーケンスをプログラム毎に設計する必要のないいわゆる Event Orient 方式が可能になっている。

4.2.3 情報処理プログラム

計算機導入の大きなメリットの一つがデータロギングなどの情報処理にあるのは、計算機制御がデータロガーから出発している多くの例からも明らかである。最適制御などを主目的とする高度の計算機制御システムでも、情報処理はそのベースとして必ず要求される。本ソフトウェアシステムは第4.3図に示すように、情報処理プログラムを標準化して持っている。

情報処理機構は次のようなプログラムからなっている。

(a) 入力走査

規定周期でアナログ入力、デジタル入力、パルス入力を読み込み、必要に応じて走査周期の変更、緊急読み込みを行なう。

(b) データ処理

読み込んだアナログ入力にドリフト補正、工学単位への変換、スムージング、異常監視などを行ない、読み込んだ目的に応じて、制御プログラムユニットのリストへの登録を行ったり、表示、記憶、印字出力のためのデータ処理を行なう。処理結果は即時出力のものは待テーブルに、定期出力のものはドラムに格納して、出力制御プログラムに制御を渡す。

(c) 出力制御

出力情報を待テーブルまたはドラムから読み出し、編集してコード変換を行ない、各出力機器固有の出力プログラムに渡す。

(d) オペレータリクエスト

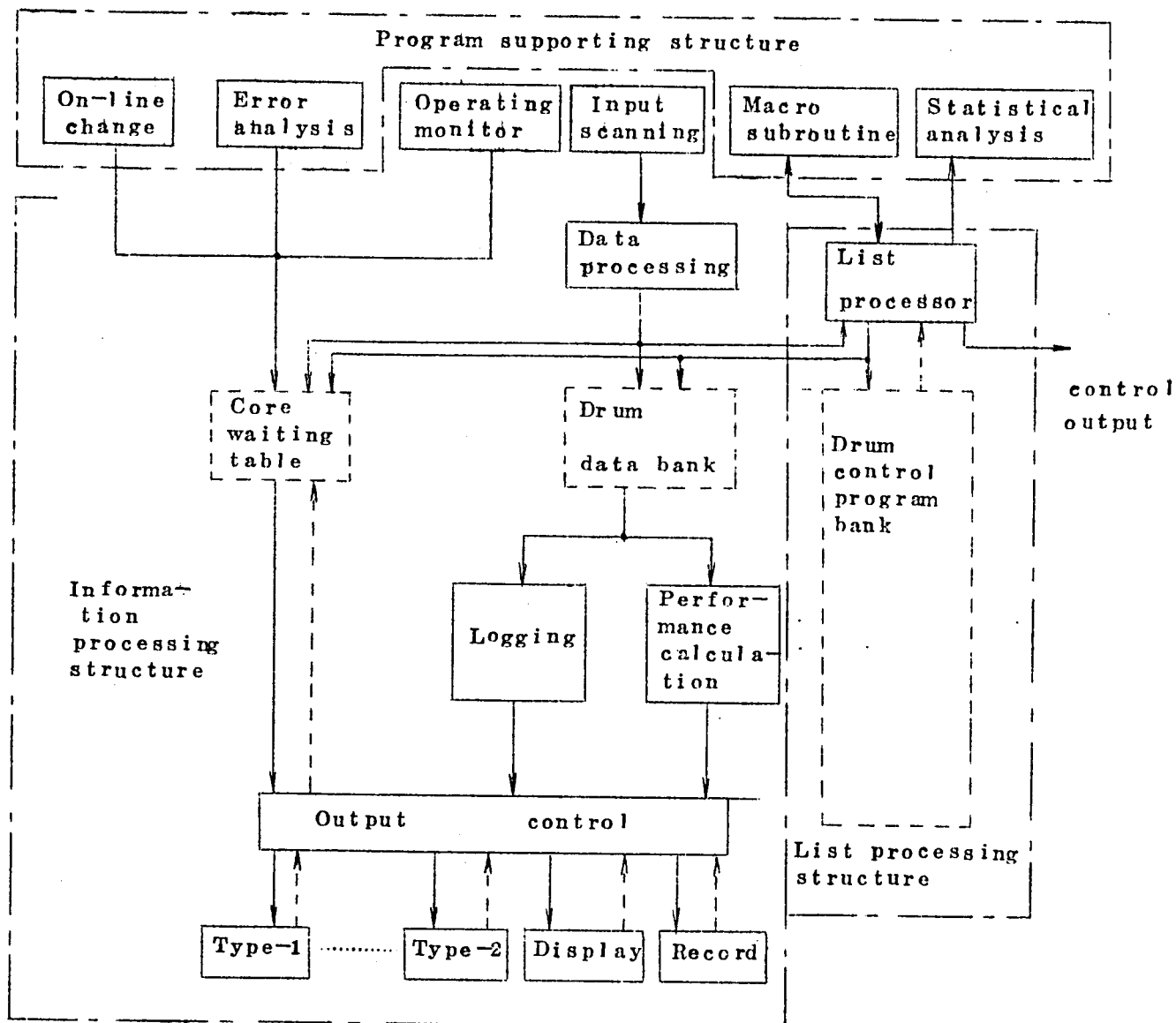
オペレータの計算機システムに対する要求事項をオペレータコンソールから受け付け、要因を分析して要因別に制御プログラムユニットをリストに登録する。このプログラムユニットで、リクエスト内容を実行し、結果は待テーブルに登録し、制御を出力制御プログラムに渡す。

(e) 作 表

規定の時刻、プラントの起動、停止時などに起動され、瞬時データ、積算データ、平均データ、性能計算データを規定のログシートに印字する。

(f) 性能計算

作表と同期して動き、データ処理プログラムの作成した性能計算用データを用いて性能計算を行ない、結果を規定のドラムエリアに格納する。



第 4.3 図 プロセス計算制御ソフトウェアシステム

4.2.4 システム支援プログラム

プログラムの作成、変更、デバッキングを支援するプログラムであり、プロセス制御、情報処理の主目的を支援し、システムの運転を円滑ならしめる補助プログラムである。第 4.3 図に示すようなプログラムが用意されている。

(a) マクロサブルーチン

プロセス制御の標準フローチャートでひんばんに使用されるデータの判断、ループ数、ループ数判断、リスト操作、ビット操作、メッセージ出力などをサブルーチン化したもの

で、プログラミングの省力化とメモリの節約を目的にしたもの。

(b) オンライン変更

オンライン中におけるプログラムやデータの修正、印字を行ない、オンライン中における制御プログラムユニットの起動、停止やビットの変化を追跡記録し、制御プログラムユニットを疑似入力を導入してテストする。

(c) エラー処理

計算機本体、磁気ドラム、プロセス入出力装置、コンソール入出力装置のエラーが発生すると、このプログラムが起動される。プログラムはエラーの内容を分析し、エラーメッセージを印字したり、エラーが重大である時は、計算機を停止させるなどの非常処置をとる。

(d) 統計解析プログラム

制御プログラムユニットの起動回数、実行時間遅れ、計算機の占有率など、今後のシステム設計に必要なデータを収集記録するプログラムである。

4.3 ソフトウェアシステムの解析⁽⁸³⁾⁽⁸⁴⁾

計算制御システムの適用対象の規模が大きくなり、複雑になるに従い、毎秒動く制御プログラムの数が多くなり、各制御プログラムのステップ数も大きくなる。大きな制御プログラムを高頻度で動かすと、計算機の占有率が高まり、実行待ちのプログラム待行列ができる。占有率がある限界に達すると、待行列が急速に増大し、計算機システムは **overload** になる。ソフトウェアシステムの設計には計算機が **overload** にならないことを確め、ハードウェアの能力を許容できる限界まで活用することが望ましい。⁽⁸⁵⁾ 本節では、プロセスが平常状態にあり、制御プログラムの起動確率が時間的に変わらないと考えられる場合について **overload** 解析する。またこの **overload** 限界から制御プログラムユニットの起動可能数を決定する方法を述べる。

4.3.1 プログラムの起動

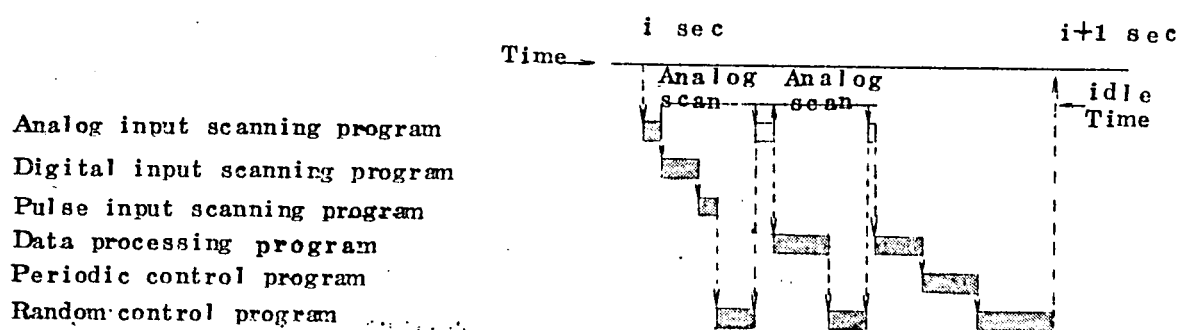
Overload 解析にはプログラムの起動の確率分布を明確に把握しなければならない。ソフトウェアシステム全体のプログラムの起動分布は見かけ上特殊分布であるが、起動要因

を分析し、分類すると、周期的起動のものと、ランダム起動のものが共存していることが解る。

周期的起動のプログラムは標準ソフトウェアシステムにおける入力走査、データ処理、出力制御など毎秒周期的に起動されるものと、制御プログラムユニットのうち、サンプル値制御を行なう DDC プログラムなどであり、ランダム起動のプログラムは標準ソフトウェアシステムにおけるオペレータリクエスト、エラー処理、オンライン変更のプログラムおよび外部プロセスの状態変化によって起動される大部分の制御プログラムユニットである。

この他、コア分割制御、タスクコントロール、入出力制御などのシステムプログラムはタイマからの割込み、チャネルからの割込み、プロセスなどの外部要因による割込みまたはプログラム制御指令などによって起動される。このプログラムの動いている時間はいわゆるシステム overhead であるが、これは必ずアプリケーションプログラムの前後に動くものであるので、独立したプログラムであると考えずアプリケーションプログラムの一部と考えることにする。

第 4.4 図に示すように本ソフトウェアシステムでは、周期的プログラムの起動シーケンスは決っているので、周期的なプログラムの毎秒の起動数は一定である。



第 4.4 図 プログラム実行シーケンス

すなわち,

$$P_1(r < R) = \begin{cases} 1, & R > \lambda_1 \\ 0, & P \leq \lambda_1 \end{cases} \quad (4.1)$$

ここに P_1 : 周期的プログラムの毎秒起動数 r が R より少い確率

λ_1 : 周期的プログラムの毎秒起動数 (個/秒)

ランダム起動のプログラムおよび定刻作表や性能計算のように周期的ではあるが、周期が1時間とか24時間のよう極端に長く、毎秒のプログラム起動シーケンスに入っていないものについては解析の簡単のためポアソン分布とみなすことにする。すなわちランダム起動のプログラムの起動分布は

$$P_2(r) = \frac{e^{-\lambda_2} \lambda_2^r}{r!} \quad (4.2)$$

ここに $P_2(r)$: 毎秒 r 個のランダムプログラムが起動される確率

λ_2 : ランダムプログラムの起動数の平均値

4.3.2 プログラムの実行時間

プログラムの実行時間はプログラム実行ステップ数と計算機の平均命令実行速度から推定する。システムプログラムの overhead は各プログラムの実行時間の一部に含めて考える。すなわちみかけ上のプログラム実行時間 T は実際の実行時間 T_a に, overhead T_v を加えた。

$$T = T_a + T_v \quad (4.3)$$

である。

一般にプログラムの実行時間分布が一様分布のとき、プログラムの待行列は一番小さく、指数分布のとき最大になる。実際にはこの中間にあるので、アーラン分布で近似する。

$$P(t) = \frac{(k\mu)^k t^{k-1}}{(k-1)!} e^{-\mu k t} \quad t > 0 \quad (4.4)$$

ここに μ : 平均実行可能数 ($\mu = \frac{1}{T}$, T : 平均実行時間)

k : アーラン分布の phase ($k=1$ のとき指数分布, $k=\infty$ のとき一様分布)

4.3.3 プログラム平均待行列の解析

本ソフトウェアシステムのプログラムは、4.3.1, 4.3.2のような仮定により、起動分布がポアソン分布と一様分布に従うものがあり、実行時間分布はアーラン分布に従う。このようなシステムの平衡状態におけるプログラム待行列は、Kendallの方法⁽⁸⁶⁾を用いて計算することができる。

いま、相次いで実行されたプログラムを P_{i-1}, P_i とし、 P_{i-1}, P_i が実行された直後における待行列の長さをそれぞれ n_{i-1}, n_i とする。またプログラム P_i が実行中に、起動されるプログラム数を r 個とすると、次のことが成り立つ。

$$n_i = \begin{cases} r, & n_{i-1} = 0 \\ n_{i-1} + r - 1, & n_{i-1} \neq 0 \end{cases} \quad (4.5)$$

ここで次のように定義された確率変数 δ を考える。

$$\delta = \begin{cases} 1, & n_{i-1} = 0 \\ 0, & n_{i-1} \neq 0 \end{cases} \quad (4.6)$$

この δ を用いて(4.5)式をまとめると、

$$n_i = n_{i-1} + r - 1 + \delta \quad (4.7)$$

この両辺の平均をとれば、

$$E(n_i) = E(n_{i-1}) + E(r) - 1 + E(\delta) \quad (4.8)$$

ところが平衡状態においては、

$$E(n_i) = E(n_{i-1}) \quad (4.9)$$

十分長い期間の平均を考えると

$$E(r) = \frac{\lambda}{\mu} = \eta \quad (4.10)$$

ここに λ : 周期的プログラムおよびランダム起動プログラムの毎秒平均起動数

$$(\lambda = \lambda_1 + \lambda_2)$$

η : 全プログラムの計算機占有率

これから

$$E(\delta) = 1 - E(r) = 1 - \eta \quad (4.11)$$

(4.7)式の辺々を乗じて平均をとると

$$E(n_i^2) = E\{n_{i-1}^2 + (r-1)^2 + \delta^2 + 2n_{i-1}(r-1) + 2n_{i-1}\delta\} \quad (4.12)$$

平衡状態では

$$E(n_{i-1}^2) = E(n_i^2) \quad (4.13)$$

また (4.6) 式より

$$\delta^2 = \delta, \quad \partial n_i = 0 \quad (4.14)$$

であるから、

$$E(r-1)^2 + E(\delta) + 2E(n_{i-1}(r-1)) + 2E(\delta(r-1)) = 0 \quad (4.15)$$

ところが、確率変数 r は確率変数 n_{i-1} , δ のいずれとも独立である。よって

$$E(n_{i-1}(r-1)) = E(n_{i-1}) \cdot E(r-1) \quad (4.16)$$

$$E(\delta(r-1)) = E(\delta) \cdot E(r-1) \quad (4.17)$$

これを用いて

$$E(n_i) = \eta + \frac{E(r^2) - \eta}{2(1-\eta)} \quad (4.18)$$

しかるに、 $E(r^2)$ は P_i 実行時間 T_i 中に起動されるプログラム r の分散であるから、まず T_i を固定して、この間に起動されるプログラム数を r とすれば、 r^2 の条件付き平均値は、

$$E(r^2/T_i) = V_{ar}(r/T_i) + (E(r/T_i))^2 \quad (4.19)$$

ここに $V_{ar}(r/T_i)$: T_i が与えられた時の r の分散

周期プログラムの分散は 0 であるから、ランダムプログラムの分散だけを考えると、

$$V_{ar}(r/T_i) = \lambda_2 T_i \quad (4.20)$$

更に、毎秒の起動数は、 $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$ であり、 T_i 時間中における平均起動数は長時間にわたる平均を考えると、 λT_i になるので

$$E(r/T_i) = \lambda T_i \quad (4.21)$$

したがって、(4.15) 式は

$$E(r^2/T_i) = \lambda_2 T_i + \lambda^2 T_i^2 \quad (4.22)$$

$E(r^2)$ は (4.22) 式を T_i について平均をとることによって得られるので、

$$E(r^2) = \lambda_2 E(T_i) + \lambda_2 (E(T_i)^2 + V_{ar}(T_i)) \quad (4.23)$$

しかるに、 $V_{ar}(T_i)$ はプログラム実行時間の分散であるから、phase-k のアーラン分布では、

$$V_{ar}(T_i) = \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{\mu^2} \quad (4.24)$$

であるから

$$\begin{aligned} E(r^2) &= \lambda_2 T + \lambda^2 \left(T^2 + \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{\mu^2} \right) \\ &= \lambda_2 T + \lambda^2 T^2 \left(1 + \frac{1}{k} \right) \end{aligned} \quad (4.25)$$

ここで、周期プログラムの占有率 $r = \lambda_1 T$

ランダムプログラムの占有率 $\rho = \lambda_2 T$

を導入すると

$$E(r^2) = \left(\rho + \left(1 + \frac{1}{k} \right) \eta \right)^2 \quad (4.26)$$

(4.26) 式を (4.18) 式に代入すると、

$$\begin{aligned} E(n_i) &= \eta + \frac{\rho + \left(1 + \frac{1}{k} \right) \eta^2}{2(1-\eta)} \\ &= \frac{(2\rho + r) - \left(1 - \frac{1}{k} \right) (\rho + r)^2}{2(1-\rho-r)} \end{aligned} \quad (4.27)$$

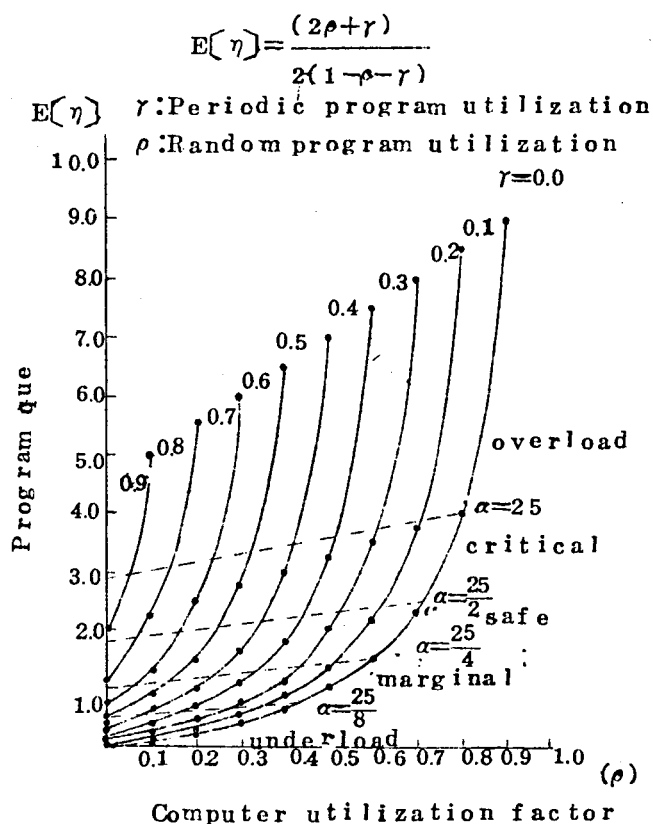
4.3.4 解析結果の検討

第 4.5 図は $k=1$ の場合の平均待行列 $E[n]$ を r をパラメータとしてプロットしたものである。図から $\rho + r$ が 1 に近づくと急速に待行列が増大することが解る。たとえば $r=0$ では $\rho=0.8$ 程度を境に $E[n]$ の ρ に対する増加率が大きくなっている。実用上の overload の限界であると考えられる。この点の ρ に対する $E[\chi]$ の増加率 α は、

$$\alpha = \frac{\Delta \partial E[n]}{\partial \rho} = \frac{\left(1 - \frac{1}{k} \right) (\rho + r)}{2(1-\rho-r)^2} \times (\rho + r - 2) - (r - 2) \quad \left| \begin{array}{l} k=1 \\ r=0 \\ \rho=0.8 \end{array} \right. = 25 \quad (4.28)$$

となる。

これと同じ増加率をとる点を overload の限界点と考えて、 r のそれぞれの値について求めると、図中に点線で示したような overload 領域が決まる。



第 4.5 図 プログラム待行列解析

同様にして, $\alpha=25, \frac{25}{2}, \frac{25}{4}, \frac{25}{8}$, となる。 ρ と r の点を結んだ領域を考え

$\alpha \geq 25$ の領域を overload 領域

$25 > \alpha \geq \frac{25}{2}$ の領域を critical 領域

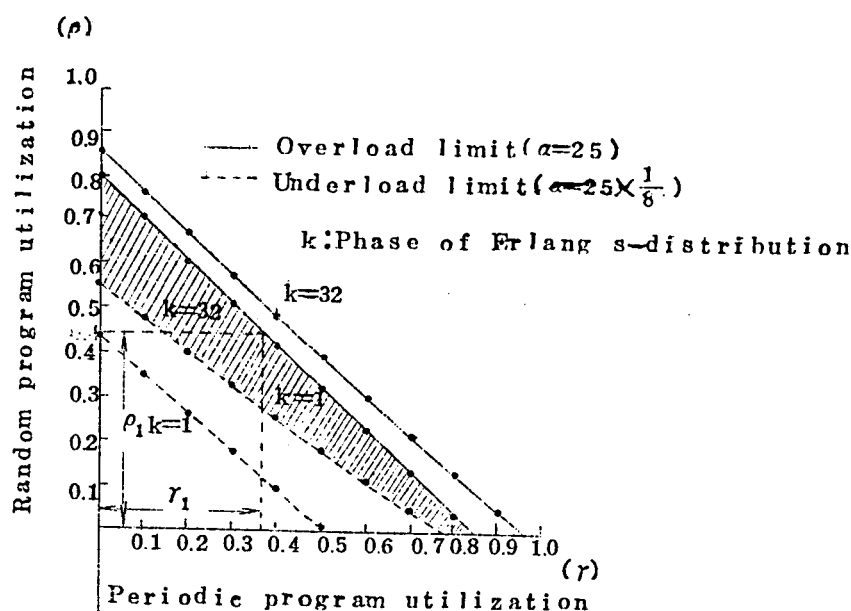
$\frac{25}{2} > \alpha \geq \frac{25}{4}$ の領域を safe 領域

$\frac{25}{4} > \alpha \geq \frac{25}{8}$ の領域を marginal 領域

$\frac{25}{8} > \alpha$ の領域を underload 領域

と定義し, 待行列の増大に対する危険率の基準とする。計算制御ソフトウェアシステムとしては, overload, underload をさけた領域にあることが望ましい。第 4.6 図は, $r - \rho$ 平面上に, overload 限界と underload 限界を, k をパラメータとしてプロットしたものである。図から overload 限界はほぼ直線であり, やや r の方が ρ よりも余裕のあること, k によって限界の余り変わらないことを示している。Underload 限界については r の余裕は大きくなり, k の影響も大きい。この図から, k の影響を考慮してソフトウェアシステムの (ρ, r) が, 図の斜線部に入っていると効率的である。

また第 4.6 図から overload 限界内で制御プログラムの最大起動可能数を決定できる。



第 4.6 図 計算機占有率の限界領域

周期的プログラムの占有率 r_1 が決まると、図からランダムプログラムの占有率 ρ_1 が決まる。 ρ_1 はほとんど制御プログラムの占有率であるから、制御プログラムの平均実行時間が T_1 なら

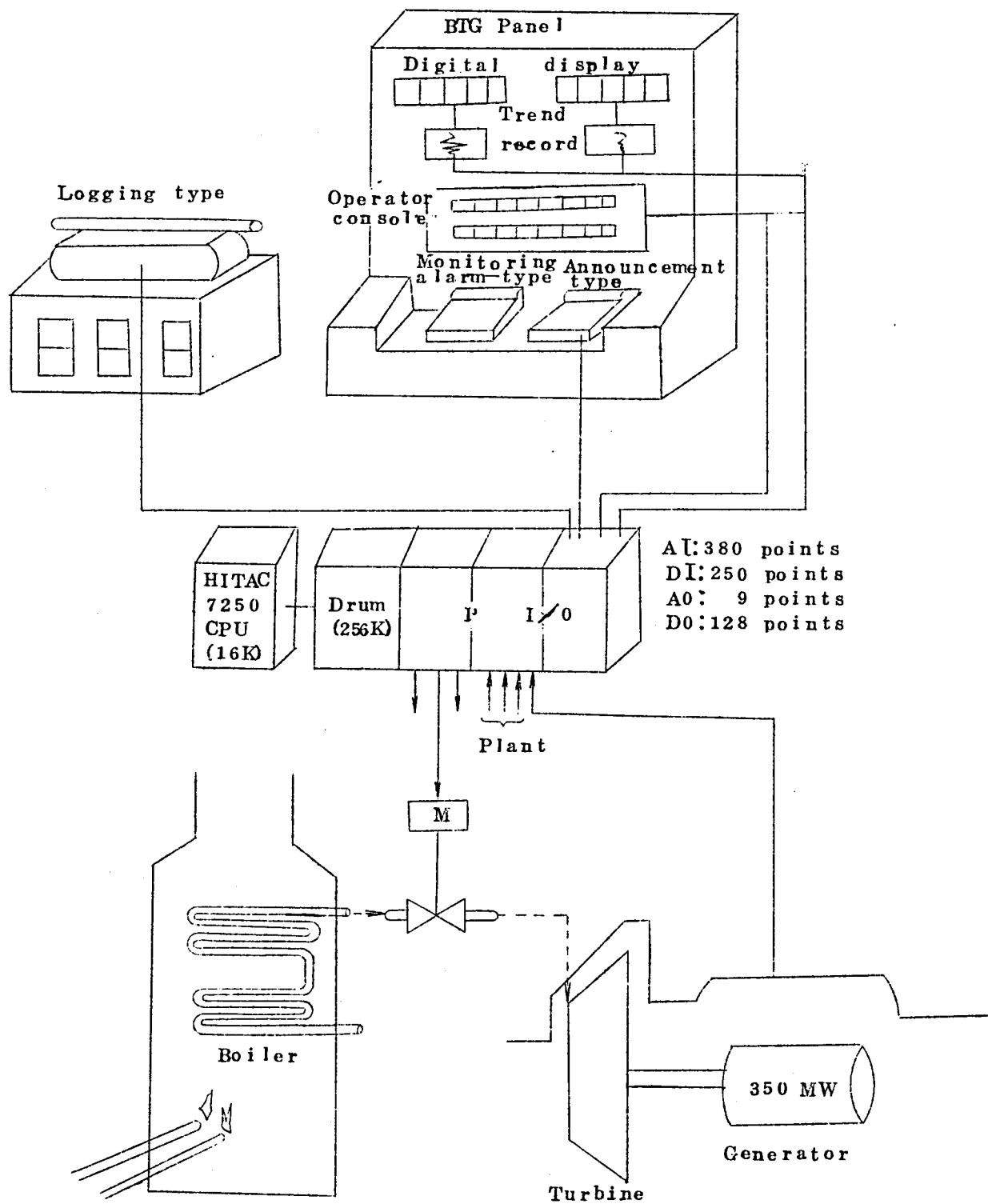
$$\lambda = \frac{\rho_1}{T_1}$$

が起動可能数である。

計算制御システムの制御可能な規模は、毎秒何個の制御プログラムを起動させうるかによって決まると考えられるので、この λ をもってソフトウェアの性能の指標とすることができる。

4.4 火力計算制御システムの解析と今後の課題

日立制御用デジタル計算機 HITAC-7250 を用いた火力発電所の計算機制御システムの実例について解析結果を述べる。第 4.7 図に示すシステムは 256MW の新鋭火力発電所を対象としたもので、タービン、ボイラのサブグループ制御、およびシステム全体の起動停止シーケンスを運転員に指示するシーケンスモニタリングを主目的としている。システムの詳細仕様は第 4.3 表に示す通りである。このシステムのプログラムステップ数を計算し、



第4.7図 火力発電所プラントの計算制御システム

第 4.3 表 火力発電所計算制御システムの仕様

Hardware system	Control computer	HI TAC-7250
	Cycle time	2 μ sec
	Core capacity	16 kW
	Interrupt	16 point
Hardware system	Auxiliary memory	Drum 256 kW
	Process input/output	1 set
	Analog input	380 points
	Digital input	250 points
	Analog output	9 points
	Digital output	128 points
Software system	Process monitor system	Core 5.6 kW , Drum 16 kW
	Process program package	Core 10.4 kW , Drum 40 kW
	Control program units	Drum 50kW
	Periodic program utilization(r)	0.337
	Random program utilization (ρ)	0.430
	Random program utilization(λ)	7.5/sec
	Mean program execution time(T)	58.8 m sec
Control system	Information processing	Logging and monitoring
	Control items	Burner control ASS, AVR, Valve on/off Turbine start up Load control Set-point control

これに HI TAC-7250 の平均命令実行時間に乗じてプログラムの平均実行時間を算出し、次に平均起動率に乗じてプログラム占有率を $\rho=0.430$, $r=0.337$, 合計 0.767, と推定した。この点を第 4.5 図にプロットすると critical の領域にあり、プログラム平均待行列 $E(n)$ は 2.4 個であることが推定される。また制御プログラムユニットの平均実行時間を 28.5 ms であると推定しているので、制御プログラムユニットの平均実行時間は約 68.5 ms と推定される。

一方、プラントの実運転時に統計解析プログラムがリストに待っているプログラムの遅れ時間を記録しているが、これでは 75.5 ms となっていて、推定値は実測値と 7% の違いのあることを示している。

今日の計算制御システムの問題の焦点は、アプリケーションプログラム開発の省力化をいかに達成するかにある。本論文はプロセス計算制御のアプリケーションプログラムのパッケージ化とコントロールプログラムのユニット化について述べているが、この標準化によって、プログラムの設計、製作の省力化に実効をあげている。

本論文の overload 解析はシステムの仕様を決定する段階で、従来、多分に勘に頼っていた計算機の能力の判定に設計基準を与えることができた。

本ソフトウェアシステムはまず火力発電所の計算機制御に適用されているが、一般のプロセス制御にも適用を拡大してゆく予定である。

5. 結 言

1958年に、最初の計算制御システムがオンラインで稼動しはじめて以来、計算制御システムは当初の予想をはるかに上回る急速な発展をとげてきた。計算制御システムに関するシステム技術は、プロセスの数学的モデルの作成と最適制御理論を中心に発展し、1965年頃には一応開発期を終え、発展期に入った。そしてプロセスの計算制御システムの普及につれ、ソフトウェアシステムの生産性が問題にされるようになってきた。現在プロセス計算制御はより大規模な、より複雑なシステム制御をめざして発展しつづけている。

本論文は、プロセス計算機制御のソフトウェアシステムの開発段階における分布定数系プロセスの同定、電力系統の最適制御、プロセス計算制御ソフトウェアの標準化の問題をとりあげ、システム工学的接近を試みている。すなわちシステム理論に基く技法を開発し、問題に適用して数値的検討を行っている。

第2章の分布定数系の同定では、偏微分方程式で記述されるプロセスのパラメータを決定するのに、関数空間における最適制御理論を適用することにより、数値計算が簡単にできることを示した。地下水の拡散プロセスに対する応用例を掲げているが、今日社会的問題になっている大気汚染プロセスなどの社会的環境プロセスの同定などに広く適用できるものと思われる。

第3章の電力系統の最適制御では、自動給電システムにおける経済負荷配分制御の拡張問題である広域運用制御方式、長期運用制御方式、火力の起動停止方式、電圧無効電力制御方式をとりあげ新しいシステム工学的技法を開発し、数値的検討をしている。

広域運用制御方式は線形計画法の分解原理に基づいて、水火併用系統に適用できる手法を導いている。これは各電力会社にすでに設置されている経済負荷配分装置を用いて広域運用を達成できる点に意義のある方式であるが、今後の問題として送電損失をいかに線形化したモデルとして取扱うか研究を要する。この手法は大規模システムの分散制御システムとして他分野においても今後応用されることがあるであろう。長期運用制御方式では確率的な動的計画法により予想がはずれた場合の安全度を見込んだ運用を導いている。予想づれの大きさと電力系統の運用上の諸種の制限条件の関連を明らかにしている。ここで得た

確率的な運用の概念は今後の系統の信頼度制御における供給信頼度と経済性の協調問題と同質のものであり、長期運用制御方式はこの方向への拡張が今後の課題であろう。火力起動停止問題では動的計画法を用いたハイブリッド形経済負荷配分装置に適した方式を導いている。この手法は火力起動停止方式という観点からすると多貯水池系に適用できない欠点があるが、水力系の使用水量一定の条件を広域運用における連系条件とし、火力系の配分計算と部分系統の最適化計算に対応させることができるので、一般に連系されたシステムの最適化を計るハイブリッド計算手法に拡張できる。電圧無効電力制御方式ではまづオンライン制御に適した手法として改訂マルチレベルプログラミングを導き、この方式によってサブシステムには、アナログ形の簡単な最適化装置が用いられることを明らかにしている。これは小規模なマルチレベル制御に適した方式と装置として応用できるであろう。

電力系統の最適制御問題は今後は経済性の追求だけでなく信頼性も含めた総合的なシステム制御の方向に研究が進むであろう。このように信頼性が目標とされるような大規模システムでは、システムの運用以前の問題、すなわちシステムの計画問題(planning)にも立ち入ることが要求されるであろう。今後のシステム工学的研究の方向を示唆しているように思われる。

第4章ではプロセスの計算制御システム向けプログラムシステムの構成と性能の解析に關している。ここで開発されたシステムはオンラインに使用されることを考えて基本構成部はアセンブラ^{言語}で作成された問題向けパッケージプログラムであり、ユーザーが手続き向け言語で作成したプログラムと協調がとれるよう構成されている。このようなソフトウェアシステムの性能はいかに効率よくハードウェアリソースを駆使して制御プログラムユニットを毎秒いくつ処理できるかによって評価できる。第4章の後半はこれをプログラム待行列の観点から解析し、ソフトウェアシステムの性能評価と設計基準を提起している。計算制御システムの普及がソフトウェアの生産性に依存することが明らかになった現在、この問題に対するシステム工学的接近が議論されなければならないと考える。

今日、計算制御システムはより大規模で複雑なシステムを志向し、単に経済性の追求だけでなくシステムの信頼性、発展性、あるいは人間性を追求する技術として発展しつつけている。本論文はこの歴史的な発展過程の1断面をあつかっているにすぎないが、研究者にとってこうした研究の機会を得たのを幸甚に感じている。

最後に本論文をまとめるにあたり、御指導、御激励いただいた方々に感謝の意を述べた

い。本論文の題目、構成はむろんのこと、細部にわたる論旨の展開まで、論文全般にわたり御指導いただいた京都大学の近藤文治教授に深甚の謝意を申し上げます。また本論文の基となる個々の研究は著者が日立研究所において遂行したものであり、この間御指導いただいた小林所長、高林部長、前川部長、河竹部長、および協力いただいた著者の研究室の各位にお礼申し上げます。更に第2章のプロセス特性の同定の研究は University of California の W.J. Karplus, J. Vidal 両教授の御指導を受けて行ったものであり、併せて深謝の意を表わします。

1 章の参考文献

- (1) 日本電子工業振興協会：北アメリカのプロセス制御用計算機市場に関する調査報告書。pp.5~19. (1966-3)
- (2) Lea, T.H., Adams, G.E. and Gaines, W.M.: Computer Process Control Modeling and Optimization. Chapter 1, pp.1~14, John Wiley (1967)
- (3) 寺野：システム工学へのアプローチ，電学誌 Vol.91, No.3, pp.11~14, (1971-3)
- (4) 猪瀬：システム工学概説—システム工学(その1)，通学誌 Vol.53, No.10, pp.1369~1378, (1970-10)
- (5) 日本電子工業振興協会：米国におけるプロセス制御用計算機の調査，pp.1~6, (1970-2)
- (6) 田崎：プロセス制御用プログラム言語，計測と制御，Vol.9, No.10, pp.740~749, (1970-10)
- (7) Weiss E.A. 他：Special Issue on Process Control Programming Languages, IEEE Vol.IECI-15, No.2, (1968-12)

第2章の参考文献

- (8) Balakrishnam, A.V. and Peterka, V.: Identification in Automatic Control Systems, Automatica, Vol.5, pp.817~829, Pergamon Press (1969)
- (9) Cuenod, M.: Comparison of Some Methods used for Process Identif-

- ication, Preprints of the IFAC Symposium, Identification in Automatic Control Systems, pp.1-19 (1967-6)
- (10) 茅：システムの推定と同定，計測と制御，Vol.9, No.2, pp.106-111 (1970-2)
- (11) Butkouskii, A.G. and Lerner, A.Y.: Optimum Control Systems with Distributed Parameters, Automation and Remote Control, Vol.6, pp.472-477, (1960)
- (12) Wang, P.K.C.: Control of Distributed Parameter Systems, Advances in Control Systems Vol.1, pp.75-172, Academic Press (1964)
- (13) 坂和：分布定数系の最適制御，計測と制御 Vol.3, No.10, pp.744-749 (1964-10)
- (14) Bellman, R. and Kalaba, R.: Review of Dynamic Programming Applied to Control Process Governed by General Functional Equations, Rand Report RM-3201-PR (1962-6)
- (15) Kawamoto, Y. and Vidal, J.: Function Space Approach to Parameter Identification in Distributed Parameter Systems, Proc. of First Hawaii International Conference on System Science, pp.367-370 (1968)
- (16) 川本：関数空間におけるプロセス特性の決定，電学誌，Vol.91, No.2, pp.375-382 (1971-2)
- (17) Phillipson, G.A.: State Identification of a Class of Linear Distributed Systems, Preprint IFAC 4th Congress, pp.34-56 (1969-6)
- (18) Wismer, D.A.: Modeling and Identification of Aquifer System of High Dimension, Preprint IFAC 4th Congress, pp.142-159 (1969-6)
- (19) Brogan, W.L.: Dynamic Programming and a Distributed Parameter Maximum Principle, Trans. ASME, J. Basic Engr., pp.152-156 (1968-6)
- (20) Darms, A. and Tyson, H.: Analog Simulation of Ground-Water Flow in the Los Angeles Coastal Plain, Proc. WJCC, pp.535-543 (1961)
- (21) MaCneal, R.: An Asymmetrical Finite-Difference Network, Quarterly

of Applied Mathematics, Vol.9(11), No.3, pp.295-310, (1953)

3章の参考文献

- (22) 上之園他：電気事業への電子技術の応用，電学説，Vol.87-6, No.945, pp.1007-1071 (1967-6)
- (23) 関根：電力系統工学，電気書院 (1966-5)
- (24) 福田他：電力系統の経済運用，電学誌 Vol.83-9, No.900, pp.1421-1475 (1963-9)
- (25) 電力中央研究所系統運用委員会：電力系統の経済運用に関する研究，電力中研技術研究所報告 電力61044 (1962-3)
- (26) 都築：電力系統におけるシステム工学，通学誌，Vol.54, No.1, pp.54-62(1971-1)
- (27) Noakes, F. and Arismunandar, A.: Bibliography on Optimum Operation of Power Systems, AIEE Trans., Vol.82, No.64, pp.864-871 (1963-2)
- (28) Kirchmayer, L.K.: Economic Operation of Power Systems, John Wiley (1958)
- (29) 例えば Ringlee, R.J.: Sensitivity Methods for Economic Dispatch of Hydroelectric Plants, IEEE, Vol.AC-10, pp.315-322 (1965-7)
- (30) 井上，棚川，静間他：水火併用系経済負荷配分装置，日立評論別冊第47号，pp.33-38 (1962-5)
- (31) 例えば深尾，山崎，木村：電力系統の経済運用への動的計画法の一応用，電学誌 Vol.79, pp.158-167 (1959-2)
- (32) 例えば Fanskel, S. and Lynes, E.S.: Economic Power Generation Using Linear Programming IEEE, PAS Vol.83, No.4, pp.347-355(1964-4)
- (33) 例えば Hano, I., Tamura, Y., and Narita, S.: An Application of the Maximun Principle to the Most Economical Operation of Power Systems, IEEE Vol. PAS-85, No.5, pp.486-494(1966-5)
- (34) 例えば深尾：連接水系発電所群の経済運用に対する方法，電学誌 Vol.90, No.3, pp.485-494 (1970-3)
- (35) 例えば Galloway, C.D. and Ringlee, R.J.: An Investigation of Pumped Storage Scheduling, IEEE Vol. PAS-85, pp.459-465 (1966-5)

- (36) Kirchmayer, L.K.: Computer Control of Electric Utility Systems, Preprints of Papers for IFAC Kyoto Symposium on Systems Engineering Approach to Computer Control, pp.248-254 (1970-8)

3.2 参考文献

- (37) Editors Note: Status of Power Pools-Part 1, Power Engineering, Vol.71, No.5, pp.63-65, (1967-5)
- (38) 山崎: 広域運営の経過, 電学誌, Vol.83-9, No.900, pp.1423-1424 (1963-9)
- (39) 梅津他: 経済運用の理論と計算手法, 電学誌, Vol.83-9, No.900, pp.1437-1439 (1963-9)
- (40) Editors Note: Status of Power Pools-Part 2, Power Engineering Vol.71, No.6, pp.58-61, (1967-6)
- (41) Kirchmayer, L.N.: Economic Operation of Power Systems, John Wiley, (1958)
- (42) 関根, 河竹, 川本: 電力系統の広域運用方式, 電学誌 Vol.85-8, No.923, pp.1379-1388 (1965-8)
- (43) Sekine, Y., Kawatake, K., and Kawamoto, Y.: Economic Dispatch Control of Hydro Thermal Interconnected Systems, Proc. Power System Computer Conference, Report 6.2, (1966)
- (44) Dantzig, G.B. and Wolfe, P.: Decomposition Principle for Linear Programs, JORA, Vol.8, No.1, pp.101-111 (1961-1, 2.)
- (45) Sekine, Y.: Decentralized Optimization of an Interconnected System, IEEE, Vol.CT-10, No.2, pp.161-168, (1963-6)
- (46) Garvin, W.: Introduction to Linear Programming, p.153, McGraw-Hill (1960)
- (47) Ralston, A.: Mathematical Method for Digital Computer, p.263, John Wiley, (1953)

3.3 の参考文献

- (48) 梅津: 総合運用概説-経済運用の理論と計算手法, 電学誌 Vol.83-9, No.900, pp.1437-1439 (1963-9)

- (49) Little, J.D.C.: Use of Storage Water in a Hydroelectric System, JORA, Vol.1.3. No.2. pp.187-197 (1955)
 - (50) 川本, 河竹: 長期経済運用方式, 昭和38年度電学会東支大会予稿 209(1963-11)
 - (51) 川本, 河竹: 電力系統の長期経済運用方式, 日立評論, 日立研究所創立30周年記念論文集, pp.142-22 (1964-11)
 - (52) Kawamoto, Y. and Kawatake, K.: Optimum Long Range Scheduling of Electric Power System, Hitachi Review, Vol.14, No.10. pp.2-10 (1965-10)
 - (53) 原, 木村, 本多: 火力系統の長期経済運用計画の1方式, 電学誌, Vol.84-3, No.9 906, pp.447-455 (1964-3)
 - (54) 原, 鈴木: 水火併用系統の長期経済運用計画の1方式, 電学誌, Vol.87-7, No.9 46, pp.1421-1429. (1967-7)
 - (55) Bellman, R.: Dynamic Programming, Princeton Press (1959)
 - (56) 深尾, 山崎, 木村: 電力系統の経済運用への動的計画法の1応用, 電学誌, Vol.79, pp.158-167 (1959-2)
- 3.4 参考文献
- (57) Baldwin, C.J.: A Study of the Economic Shutdown of Generating Units in Daily Dispatch, AIEE, PAS Vol.78, Part II, B, PP.1272-1284 (1959-12)
 - (58) 豊田: 火力発電機群の起動停止理論, 電学誌, Vol.84-1, No.904, pp.121-128 (1964-1)
 - (59) Kerr, R.H.: Unit Commitment, IEEE, Vol.PAS-85, No.5. pp.417-421 (1966-5)
 - (60) 河竹: 火力発電機群の起動・停止方式, 電学誌, Vol.89-8, No.971, pp.1595-1601 (1969-8)
 - (61) Lowery, P.G.: Generating Unit Commitment by Dynamic Programming, IEEE, Vol.PAS-85, pp.422-426. (1966-5)
 - (62) Garver, L.L.: Power Generation Scheduling by Integer Programming -Development of Theory, AIEE PAS Vol.82, No.64, pp.730-735(1963-2)

- (63) Muckstal, J.A. and Wilson, R.C.: An Application of Mixed Integer Programming Duality to Scheduling Thermal Generating Systems, IEEE, Vol. PAS-87, No. 12, pp. 1968-1978 (1968)
- (64) 川本, 河竹: 経済負荷配分計算における火力起動停止決定方式, 昭和39年電気四学会連合大会予稿 772 (1964-4)
- (65) Udo, M.: Optimization of Start-up and Shutdown of Thermal Units, Preprints of Power System Computer Conference, Paper No. OS 7 (1969-6)

3.5 の参考文献

- (66) 尾出, 西山: 系統電圧の計算制御に関する基礎理論, 電学誌, Vol. 84-1, No. 904, pp. 111-120 (1964-1)
- (67) 小高, 尾出: 電圧・無効電力に関する系統特性定数算出法, 電学誌, Vol. 87-9, No. 948, pp. 1831-1839 (1967-9)
- (68) 成田, 多田, 藤原: 感度行列に基づく電圧無効電力に関する系統特性の決定法, 電学誌, Vol. 88-8, No. 959, pp. 1498-1506 (1968-8)
- (69) Hano, I., Tamura, Y., Narita, S. and Matsumoto, K.: Real Time Control of System Voltage and Reactive Power, IEEE Vol. PAS-88, No. 10, pp. 1544-1559, (1969-10)
- (70) 松本, 田村, 成田: 電圧・無効電力集中制御の1計算方式, 電学誌, Vol. 89-3, No. 966, pp. 564-570 (1969-3)
- (71) 壇上, 中前: 最適電圧・無効電力の1計算方式, 電学誌, Vol. 89-11, No. 974, pp. 2193-2202 (1969-11)
- (72) Peschon, J., Piercy, D.S. and Tinney, W.F.: Optimum Control of Reactive Power Flow IEEE, Vol. PAS-87, No. 1, pp. 40-48 (1968-1)
- (73) Kumai, K. and Ode, K.: Power System Voltage Control by Using a Process Control Computer, IEEE, Vol. PAS-88, No. 12, pp. 1958-1990 (1969-12)
- (74) 川本: 電圧・無効電力の Multi-Level control 方式, 日立研究所研究報告, 第 6827 号 (1967-1)
- (75) Ishida, K. and Hayashi, S.: Multilevel Approach to Voltage and Re-

- active Power Control, Preprints of Papers for IFAC Kyoto Symposium, pp.242-247. (1970-8)
- (76) 川本, 河竹: 最適制御装置, 昭和39年電学会東支大会予稿No.67, p.90. (1964-10)
- (77) Pearson, J.D.: Multi-level Programming, System Research Center, CIT, Report SRC 70-A-65-25
- (78) Pyne, I.B.: Linear Programming on an Electronic Analog Computer AIEE, Vol.75, Part I, pp.139-143 (1956-5)
- (79) Weiss, E.A.: Process Control Computer Programming Languages-A Proposed Questionnaire, Vol. IECI-15, No.2, pp.84-86 (1968-12)
- (80) Purdue University: Minutes Third Workshop on Standardization of Industrial Computer Languages, Purdue Laboratory for Applied Industrial Control (1970-3)
- (81) 川本, 佐藤, 桑原: プロセス計算制御ソフトウェアシステムのOverload解析, システムと制御, Vol.15, No.4, pp.345-353 (1971-4)
- (82) Rinkus, A.C.: Highly Organized Software for Sequencing BTG Start-up, Instrumentation Technology, Vol.14, No.12, pp.50-54 (1967-12)
- (83) 川本, 岩村: プロセス計算制御システムのOverload解析, 昭和42年電学会東支大会, 予稿No.411 (1967)
- (84) 佐藤, 川本他: 火力計算機制御標準化ソフトウェアシステムの性能評価, 日本自動制御協会予稿No.214 (1969)
- (85) Martin, J.: Design of Real-Time Computer Systems, p.325, Prentice-Hall (1967)
- (86) 本間: 待ち行列の理論, p.65 (1966)